SCIENCES ET MATHÉMATIQUES

DIDACTIQUE

5 à 9 ans

GRANDES IDÉES POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Pour acquérir des bases solides afin de mieux accompagner les élèves

MARIAN SMALL

Adaptation : Vicky Richard

CHENELIÈRE ÉDUCATION

Introduction

Quelques remarques sur l'enseignement de la mathématique

L'approche de la mathématique et de son enseignement s'est sensiblement raffinée au fil des ans.

L'enseignement de la mathématique aux élèves de 5 à 9 ans ne porte pas uniquement sur le dénombrement, l'addition et la soustraction. Le programme est bien plus riche que cela. Puisque ce dernier a été grandement raffiné ces dernières années, un certain nombre d'enseignants de ces élèves n'ont pas toujours pu bénéficier d'une formation solide à propos d'une partie du nouveau contenu qu'ils doivent enseigner. Même lorsque le contenu leur est familier, les approches en enseignement de cette matière qu'imposent les programmes au pays sont désormais très différentes de celles que beaucoup d'enseignants ont connues eux-mêmes. En d'autres termes, l'enseignement de la mathématique, même s'il est destiné à de jeunes élèves, peut se révéler complexe et difficile.

L'importance d'être à l'aise avec la mathématique enseignée

Que peut-on faire alors pour rendre cette tâche plus facile et plus utile ? La réponse à cette question prend ici la forme d'une métaphore. Nous savons tous, pour en avoir si souvent fait l'expérience dans notre vie personnelle, que l'accomplissement de nos tâches est plus fructueux lorsque nous sommes confiants et bien à l'aise dans une situation donnée. Nous savons aussi que ce sentiment de confiance est généralement perçu par ceux qui nous entourent et qu'il leur inspire souvent une aisance analogue.

Par exemple, lorsque l'on fait découvrir son quartier résidentiel à des visiteurs, on a une connaissance intuitive de ce qu'il faut faire, et les visiteurs sentent bien que leur hôte possède les connaissances générales nécessaires pour parvenir à la destination choisie. Par contre, si on les emmène dans des endroits peu familiers, ils sentent aussi que l'on est incertain et que l'on se fie à des « règles » (ici, des cartes géographiques) auxquelles on se reporte constamment. Ainsi, contrairement aux situations où l'on se trouve dans sa zone de confort et où les visiteurs se sentent à l'aise, ceux-ci se fient encore aux indications de leur hôte, sauf que, cette fois-ci, ils ne sont pas certains d'atteindre leur destination.

En tant qu'enseignants, notre travail consiste à inculquer à nos élèves la confiance qui leur est nécessaire pour bien comprendre les nouvelles notions que nous leur présentons.

De façon analogue, nos élèves sont nos « visiteurs ». Notre tâche consiste à développer leur sentiment de confiance et à les assurer qu'ils peuvent vraiment comprendre les nouvelles notions qui leur sont présentées. Pour ce faire, nous devons les aider à se créer une carte intérieure illustrant la façon dont ces nouvelles notions sont liées à ce qu'ils savent déjà. Il s'ensuit que nous, les enseignants, devons d'abord disposer de cette carte intérieure, afin que nos élèves puissent reconnaître notre sentiment de confiance et notre aisance.

Ce que signifie l'enseignement de grandes idées

L'absence d'une carte intérieure du sujet traité représente l'une des lacunes affectant les connaissances mathématiques d'un grand nombre d'enseignants : ils ne possèdent pas une compréhension fondamentale des liens unissant diverses questions mathématiques et ils ne savent pas quelles questions s'avèrent, à long terme, plus importantes que les autres et quelles facettes de ces questions sont essentielles. À la longue, beaucoup d'enseignants ont souvent l'impression de suivre une liste de tâches à effectuer et de cocher des cases pour indiquer que les élèves ont appris chaque nouvelle notion ou compétence précise inscrite au programme scolaire. C'est tout à fait contraire à ce qu'ont révélé des travaux de recherches : les élèves apprennent beaucoup mieux lorsque les liens unissant les notions déjà connues et les éléments nouvellement enseignés sont clairement mis en relief (Borko et Putnam, 1995 ; Schifter, Bastable et Russell, 1997 ; Kennedy, 1997). Les grandes idées aident les enseignants et les élèves à établir ces liens.

Se servir d'une liste d'attentes ou de résultats aux fins de l'enseignement effectué est tout à fait contraire aux conclusions des travaux de recherches ayant révélé que l'apprentissage des élèves est optimal lorsque ceux-ci peuvent établir des liens entre les notions.

Par exemple, quand ils présentent chaque opération pour la première fois, puis en détail, il est important que les enseignants aident leurs élèves à comprendre les liens qui existent entre les opérations. Ainsi, au lieu de présenter la multiplication comme une toute nouvelle opération, les enseignants peuvent la décrire comme un « raccourci » pour l'addition que l'on peut employer dans les situations portant sur des groupes équivalents. C'est précisément ce que stipule la première grande idée sur les opérations sur les nombres naturels (*voir la page 42*) : les quatre opérations sont reliées.

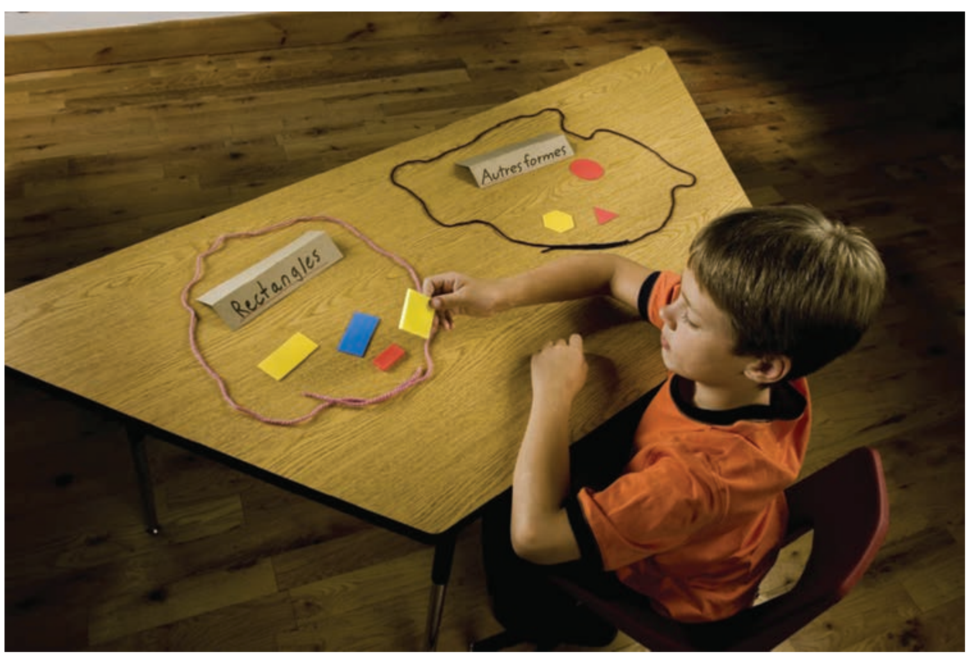
L'interprétation du programme scolaire est une autre des difficultés qu'affrontent les enseignants. Le recours à de grandes idées peut également s'avérer utile dans ce cas. Certains résultats attendus ou certaines attentes figurant au programme ont une portée plus large que d'autres, mais ce n'est pas toujours facile de les y repérer. De grandes idées peuvent aider les enseignants à évaluer les notions sur lesquelles ils doivent mettre l'accent, afin de satisfaire à diverses attentes ou d'obtenir divers résultats ; ils peuvent ainsi mieux comprendre la signification de certains de ces résultats et de diverses attentes de plus grande portée. Par exemple, supposons que l'un des objectifs du programme consiste à « estimer et mesurer des longueurs, des hauteurs et des distances à l'aide d'unités de mesure non conventionnelles ». Ce que les élèves sont censés apprendre en utilisant des unités de mesure non conventionnelles peut ne pas être évident. Les grandes idées sur la mesure (*voir la page 98*) peuvent rendre cela plus clair. Lorsqu'ils utilisent des unités de mesure non conventionnelles, les élèves peuvent notamment explorer les notions selon lesquelles :

- un même objet peut être décrit selon différentes mesures (*voir la grande idée nº 1, page 99*) ;
- il y a plus d'une façon de déterminer une mesure (*voir la grande idée nº 2, page 99*) ;

- la valeur numérique d'une mesure dépend de l'unité de mesure utilisée : plus l'unité utilisée est grande, plus la valeur numérique de la mesure est petite (*voir la grande idée n*° *6, page 101*).

L'enseignant qui comprend que l'attente ou la maîtrise de la notion au programme repose sur des grandes idées de ce type peut dès lors expliquer les notions et les compétences en lien avec la mesure d'une manière beaucoup plus efficace que s'il adoptait une approche plus superficielle uniquement axée sur les compétences.

Les grandes idées peuvent également faire en sorte que les enseignants et les élèves vont bien comprendre l'intention générale que visent une leçon ou une tâche spécifique. Les enseignants font souvent appel à des tâches qui semblent fructueuses parce qu'elles sont très stimulantes pour les élèves. Toutefois, l'intention pour laquelle les élèves exécutent cette tâche n'est pas claire, et l'enseignant ne sait pas ce sur quoi il devrait mettre l'accent pendant qu'il oriente le travail des élèves au cours de la tâche et après sa conclusion. Le recours à de grandes idées amène les enseignants à jeter un regard critique sur une tâche ou une leçon, à se demander pourquoi ils donnent cette tâche ou cette leçon aux élèves et à s'assurer que l'intention est claire pour les élèves, ce qui accentue d'autant l'utilité de cette tâche ou de cette leçon. Ainsi, de nombreux enseignants envoient leurs élèves à la chasse aux formes sans se rendre compte que le but de cette activité ne consiste pas tant à reconnaître et nommer les formes qu'à remarquer que certains attributs géométriques se retrouvent aussi bien dans des figures planes que dans des solides, et que certains attributs sont quantitatifs, tandis que d'autres sont qualitatifs (*voir les grandes idées sur les formes et leurs propriétés n*° *1 et n*° *2, page 75*).



Il existe toujours de nombreuses façons différentes de trier ou d'organiser un ensemble de données (*voir la grande idée sur la collecte et l'organisation des données n*° *2, page 136*). L'utilisation de matériel de manipulation comme des blocs logiques peut aider à mettre cette grande idée en relief. Par exemple, les blocs logiques de l'illustration ci-dessus pourraient être triés selon la couleur, la taille, l'épaisseur ou la forme.

Malgré la présence accrue de notions abstraites et l'évolution des priorités au fil des années scolaires, les grandes idées demeurent fondamentalement simples et sont les mêmes d'une année scolaire à l'autre. Par exemple, la grande idée nº 2, sur les régularités (*voir la page 1*), selon laquelle la structure mathématique d'une suite peut être représentée de diverses façons, s'applique tout autant lorsque les élèves créent des suites de figures simples que lorsqu'ils réalisent des suites numériques plus complexes. De même, il est important que les élèves ne se contentent pas de lire les données présentées dans un diagramme, mais qu'ils fassent également des inférences et tirent des conclusions (*voir la grande idée sur la représentation et l'analyse de données nº 3, page 145*). Cette grande idée s'applique tout autant à la lecture des diagrammes concrets pour les élèves de 5 à 7 ans, qu'à celle des diagrammes à bandes pour les élèves de 8 et 9 ans, ou à celle des histogrammes pour les élèves de 13 et 14 ans.

Les grandes idées demeurent fondamentalement simples et sont les mêmes d'une année scolaire à la suivante dans tout le réseau des écoles primaires.

Mais le plus important, c'est que les grandes idées soient présentes explicitement, et non implicitement. Que ce soit dans le cadre de la tâche elle-même, des questions et des indices formulés par l'enseignant ou d'un exposé de celui-ci, il importe que les grandes idées soient bien explicitées. Plus les élèves entendent fréquemment l'expression d'une idée, plus ils sont susceptibles de l'intégrer et de savoir l'utiliser pour faciliter l'apprentissage de nouvelles notions. Par exemple, dans le développement du sens du nombre, la grande idée nº 3 (*voir la page 18*) est que l'on peut représenter un nombre de diverses façons et que chaque représentation d'un nombre peut mettre l'accent sur un aspect différent de ce nombre. Quand les élèves apprennent à représenter le nombre 6, une question telle que « De quelle façon est-ce que vous pourriez représenter le nombre 6 afin de montrer qu'il est plus grand que 5 ? » ferait ressortir cette grande idée.

Il faut non seulement enseigner la matière au moyen des grandes idées, mais aussi expliciter directement ces dernières.

Quand les élèves utilisent des grilles des 100 premiers nombres, des tâches soigneusement choisies et des questions efficaces peuvent permettre d'énoncer explicitement les deux grandes idées suivantes :

- Certaines façons de disposer des données mettent en relief des régularités et des relations (Grande idée sur les régularités nº 3).
- Le système de valeur de position que nous utilisons repose sur des régularités, ce qui nous permet de travailler plus facilement avec les nombres (Grande idée sur les grands nombres naturels nº 2).

Plus que toute autre chose, l'enseignant doit évaluer si les élèves ont acquis une compréhension solide des grandes idées (Wiggins et McTighe, 1999).

L'enseignant doit aussi prendre en compte les grandes idées au moment de planifier son enseignement et ses outils d'évaluation. Ainsi, lors de la planification d'une leçon de géométrie avec des élèves de 7 et 8 ans, il peut établir lesquelles des grandes idées sont pertinentes en regard du contenu mathématique de cette leçon. Il planifie ensuite la leçon de façon à s'assurer que, chaque jour, il pose des questions qui suscitent une discussion ouverte sur ces grandes idées. En ce qui concerne la planification de l'évaluation relative à cette leçon, il peut mettre au point des tâches appropriées à évaluer qui graviteraient autour des grandes idées pertinentes. Trop souvent, l'évaluation de l'enseignant est axée sur des détails et sur des aspects moins importants de la mathématique, alors que c'est la compréhension de l'ensemble qui compte vraiment.

Le but de l'ouvrage

Le présent ouvrage a pour but d'améliorer l'enseignement et l'évaluation des leçons. Il ne présente pas le contenu complet enseigné en classe, mais est plutôt conçu comme un outil destiné à vous aider à interpréter le programme de formation, puis à concevoir vos leçons, ainsi que les évaluations, d'une façon qui présente clairement et explicitement à vos élèves les concepts fondamentaux du programme.

Tout comme on ne suit généralement pas l'ordre du programme de formation, on n'enseigne pas les grandes idées dans un ordre précis. Tout en enseignant d'une façon utile et pratique la matière inscrite au programme (qu'il s'agisse de la façon présentée dans un texte de référence, de celle qu'une commission scolaire a déterminée ou de celle personnellement choisie par l'enseignant), l'enseignant va plutôt se reporter régulièrement aux grandes idées en choisissant et en adaptant les tâches à accomplir, ainsi qu'en posant des questions qui mettent ces grandes idées en évidence.

La structure de l'ouvrage

La structure du présent ouvrage est axée sur les grandes idées de la mathématique enseignées aux élèves de 5 à 9 ans. Chaque chapitre est centré sur l'un des cinq domaines mathématiques et est subdivisé en connaissances. Chaque sujet abordé dans chaque domaine est traité à la lumière d'un ensemble de grandes idées comme il est défini dans le programme scolaire. Voici un exemple.

Chapitre 2 Les nombres et les opérations
Sujets : La découverte des nombres
Les grands nombres naturels
Les opérations sur les nombres naturels
Les fractions et les nombres décimaux

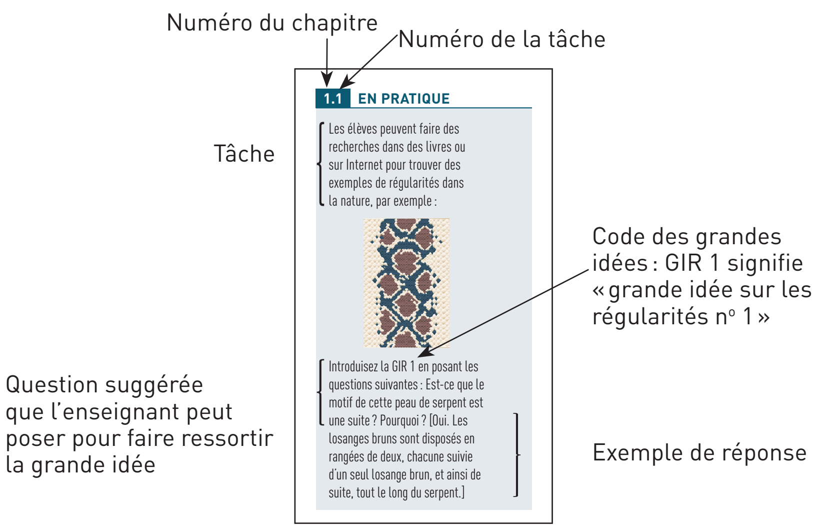
Le corps de l'ouvrage aide l'enseignant à mieux comprendre la matière qu'il doit connaître afin que ses élèves saisissent bien le contenu propre au domaine étudié.

L'un des traits particuliers du présent ouvrage se situe dans les rubriques **En pratique** figurant dans les marges. Il s'agit de tâches et d'activités portant sur le contenu mathématique étudié dans le corps du texte, ainsi que de questions que l'enseignant peut poser en vue de mettre les grandes idées à l'avant-plan. Ces suggestions pédagogiques prennent la forme de tâches modèles assorties de questions modèles visant à mettre en relief les grandes idées pertinentes. Une grande partie de ces rubriques peuvent être adaptées à des situations similaires propres à un autre niveau scolaire, qui peuvent s'avérer plus intéressantes pour un lecteur donné.

Les idées pédagogiques comprennent des tâches et des questions qui portent sur le contenu mathématique étudié et que l'enseignant peut utiliser pour mettre les grandes idées à l'avant-plan.

L'exemple ci-dessous (*tiré de la page 1*) illustre bien la structure de ces rubriques. Il est à noter qu'aucune année scolaire précise n'a été associée aux suggestions pédagogiques, parce qu'un contenu donné est enseigné durant différentes années scolaires au Canada. Puisque le contenu pertinent est traité tout juste à côté de la rubrique **En pratique** concernée, le lecteur devrait facilement reconnaître les liens unissant la suggestion pédagogique et le contenu qu'il enseigne, et être en mesure d'établir la pertinence de cette idée pour son année scolaire.

À côté de la suggestion pédagogique étudiée, le corps du texte traite de la présence des régularités dans notre environnement.



D'autres caractéristiques de l'ouvrage

Plusieurs chapitres (mais pas tous) proposent des listes de principes ou d'éléments importants pour aider l'enseignant à mieux structurer son travail. Ces principes ou éléments importants sont généralement de moindre envergure que les grandes idées, mais il s'agit néanmoins de notions essentielles qui doivent être explicitées en classe et qui ne sont peut-être pas toujours des plus faciles pour tous les enseignants.

Ainsi, la liste des principes de numération (*voir la page 34*) énumère plusieurs idées en lien avec la valeur de position, comme le fait que, dans un système de valeur de position, un symbole doit faire office de paramètre positionnel (dans notre système de valeur de position, le symbole 0 peut avoir une importance selon la position qu'il occupe dans un nombre). Cette idée n'est pas aussi générale que celle qui constitue la grande idée selon laquelle le système de valeur de position que nous utilisons repose sur des régularités (*voir la grande idée sur les grands nombres naturels n° 2, page 32*), mais elles vont aider l'enseignant à mieux expliquer sa matière pour illustrer cette grande idée. De même, la liste des points importants sur les diagrammes à pictogrammes (*voir la page 151*) va aider l'enseignant à orienter sa leçon pour mieux expliquer les grandes idées sur la représentation et l'analyse de données n° 1 et n° 2 (*voir la page 145*), c'est-à-dire le fait que les diagrammes sont des représentations visuelles de données qui révèlent rapidement de l'information au sujet des données et que certains diagrammes sont particulièrement utiles lorsque l'on veut comparer les effectifs de plusieurs catégories de données.

Un glossaire est annexé à la fin de l'ouvrage pour permettre au lecteur de bien comprendre les expressions mathématiques qui lui sont peut-être moins familières. Il représente également une bonne source de référence à toute étape de l'enseignement de la mathématique.

S'il est vrai que le présent ouvrage vise essentiellement à aider les enseignants à comprendre la mathématique et à expliquer la matière au moyen de grandes idées, il prend aussi en compte d'autres considérations pédagogiques importantes, dont les suivantes :

- le recours à des représentations pertinentes, et multiples, de concepts mathématiques ;
- le rôle de la manipulation pour rendre la mathématique utile aux élèves ;
- l'importance des solutions multiples ;
- l'utilité et l'éventail possible des méthodes personnelles et des algorithmes inventés ;
- l'importance d'un enseignement conceptuel.

Les régularités et l'algèbre

CHAPITRE 1

Les régularités

Les élèves commencent à étudier les régularités dès le début du primaire pour plusieurs raisons. Tout d'abord, cela les aide à mieux comprendre leur environnement, qui présente souvent d'évidentes régularités. Par exemple, les élèves peuvent chercher des régularités dans la disposition des bureaux dans la classe, dans l'agencement des dalles au sol ou dans les numéros de porte des maisons de leur rue.

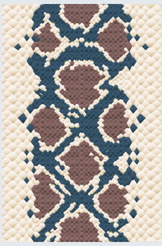
Cela les aidera également dans leurs futurs apprentissages en mathématique. En effet, quand les élèves savent dégager les régularités sous-jacentes, ils comprennent plus facilement de nombreux concepts abordés dans les domaines de l'arithmétique et de la géométrie, et même dans celui des mesures et de la gestion des données. Les élèves étudient aussi les régularités parce que le type de réflexion leur permettant de reconnaître, décrire, comparer, prolonger, convertir et concevoir des régularités est la fondation de la pensée algébrique, qui les aidera à réussir en mathématique dans les années suivantes.

GRANDES IDÉES SUR LES RÉGULARITÉS (GIR)

1. Les suites représentent des régularités bien définies. Il existe toujours une certaine règle, qui concerne soit quelques éléments, soit une « transformation », pouvant consister à ajouter 1, par exemple. (GIR 1)
2. Toute régularité peut être représentée de diverses façons. (GIR 2)
3. Certaines façons de disposer des données mettent en relief des régularités et des relations. (GIR 3)
4. L'utilisation des régularités permet de simplifier un grand nombre de calculs, ainsi que la représentation de mesures et d'attributs géométriques comportant des nombres (par exemple, le nombre de sommets ou de faces des différents prismes). (GIR 4)

1.1 EN PRATIQUE

Les élèves peuvent faire des recherches dans des livres ou sur Internet pour trouver des exemples de régularités dans la nature, par exemple :



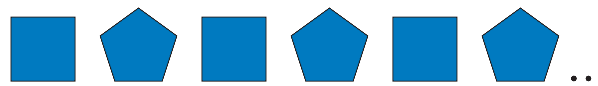
Introduisez la GIR 1 en posant les questions suivantes : Est-ce que le motif de cette peau de serpent est une suite ? Pourquoi ? [Oui. Les losanges bruns sont disposés en rangées de deux, chacune suivie d'un seul losange brun, et ainsi de suite, tout le long du serpent.]

Connaître les grandes idées peut aider les enseignants à choisir, adapter et créer des tâches, ainsi qu'à formuler des questions qui vont amener les élèves à établir des liens très utiles entre les notions. Dans chaque rubrique En pratique de la présente section, la ou les grandes idées sur les régularités (GIR) qui peuvent être mises en relief sont précisées.

Faire le lien entre les régularités et les classements et classifications

Le classement et la classification sont abordés dans le chapitre 5, aux pages 136 à 142.

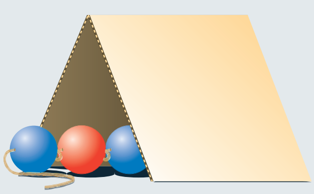
Avant de pouvoir reconnaître, décrire ou prolonger une régularité, les élèves doivent effectuer un tri et une classification. On a souvent besoin de classifier ou d'évaluer les objets pour pouvoir dégager des régularités. Par exemple, pour reconnaître la régularité dans la suite de figures suivante, les élèves doivent d'abord se rendre compte que cette suite est composée de figures de deux types différents. Ils doivent prêter attention à l'un des attributs géométriques de chaque figure, c'est-à-dire au nombre de côtés, pour faire la différence entre les deux figures.



Les élèves doivent se rendre compte qu'un carré et un pentagone sont différents pour pouvoir reconnaître la régularité de cette suite.

1.2 EN PRATIQUE

Alignez des perles colorées de façon à former une suite, en répétant quatre ou cinq fois le motif (par exemple, bleu-rouge). Cachez les perles sous une tente en papier, puis révélez une partie de la suite, comme dans l'illustration ci-dessous. Demandez aux élèves de prédire ce qu'ils verront quand vous ferez glisser la tente pour dévoiler la prochaine perle.



Pour mettre l'accent sur la GIR 1, posez les questions suivantes : Pourquoi est-ce que vous n'auriez pas pu prédire la couleur de la prochaine perle si je ne vous avais pas dit qu'il s'agissait d'une suite ? [Si ça n'avait pas été une suite, la prochaine perle aurait pu être de n'importe quelle couleur.] Est-ce que vous pouvez être certains de la couleur de la prochaine perle ? Pourquoi ? [Non ; je ne sais pas si le motif est bleu-rouge ou bleu-rouge-bleu.]

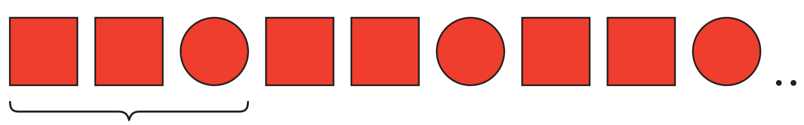
Les types de régularités

Les suites à motif répété

Les premières expériences des élèves avec les régularités impliquent généralement des suites à motif répété. Au départ, ils repèrent intuitivement les suites à motif répété. Les élèves entendent des suites rythmiques dans les sons, les chansons et les contes. Ils reconnaissent les suites de mouvements corporels dans les pas d'une danse, comme « hokey pokey ». Ils en observent aussi dans leur environnement. Les élèves s'aident de ces régularités pour faire des prédictions. Peu après, on leur présente explicitement les suites à motif répété de couleurs, de figures, de tailles et de dispositions, et, un peu plus tard, les suites numériques.

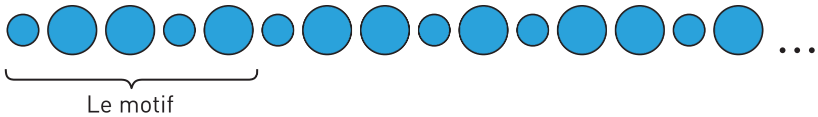
Le motif d'une suite

Dans une suite, le plus petit ensemble d'éléments qui se répète s'appelle le motif. Dans la suite ci-dessous, le motif est composé des trois premières figures, puisque c'est la plus petite séquence se répétant.



Un motif simple de trois éléments

Les élèves ont parfois du mal à déterminer quel est le motif. Par exemple, le motif de la suite ci-après comprend cinq éléments. En voyant le petit cercle se répéter en quatrième position, les élèves pourraient penser que le motif est composé d'un petit cercle suivi de deux grands. Mais, en continuant à vérifier la suite, ils se rendraient compte que leur supposition n'est pas correcte, et ils pourraient chercher le prochain petit cercle, afin de vérifier si le motif se termine là.



Un motif plus complexe

Décrire une suite répétitive

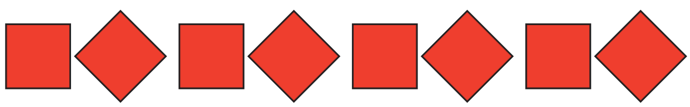
Quand les élèves sont prêts, il est utile d'introduire un système de code alphabétique permettant de décrire les suites. Le motif d'une suite AB est composé de deux éléments différents qui se répètent sans fin en alternance, par exemple : 1, 2, 1, 2, 1, 2, … Le motif d'une suite AABC est composé de quatre éléments, les deux premiers étant identiques, et différents du troisième et du quatrième, par exemple : 3, 3, 4, 5, 3, 3, 4, 5, 3, 3, 4, 5, … Il est beaucoup plus simple pour les élèves d'utiliser un code alphabétique plutôt que d'écrire plusieurs répétitions et de se souvenir d'ajouter les trois points pour indiquer que la suite se poursuit.

Certains enseignants préféreront peut-être utiliser différentes lettres et parler, par exemple, d'une suite XY plutôt que d'une suite AB, pour bien souligner le caractère arbitraire du code, mais d'autres enseignants trouveront plus simple d'utiliser les premières lettres de l'alphabet pour représenter le motif d'une suite.

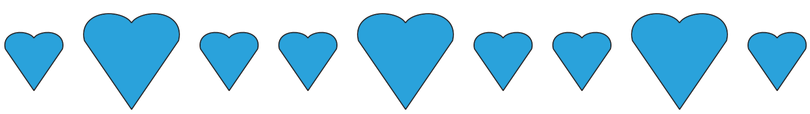
1.3 EN PRATIQUE

Dites aux élèves que vous pensez à une suite de la figure ABCA. Demandez-leur de représenter votre suite à l'aide de blocs mosaïques [par exemple : bloc rouge-bloc jaune-bloc bleu-bloc rouge, à répétition].

Introduisez la GIR 2 en posant les questions suivantes : Quel est le point commun entre toutes vos suites ? Quelles sont leurs différences ?



Une suite de dispositions AB

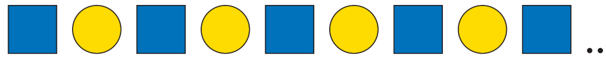


Une suite de tailles ABA

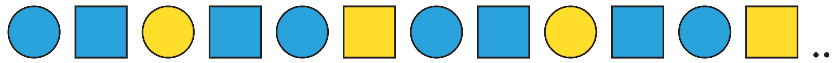
Le système de code alphabétique aide les élèves à voir que deux suites apparemment différentes peuvent être mathématiquement identiques. Par exemple, bien que toutes les suites AB soient mathématiquement identiques, les élèves ont tendance à se concentrer sur la nature de leurs éléments. Pour les élèves les plus jeunes, une suite dont le motif est cercle-carré s'avère différente d'une suite numérique du genre 1, 2, 1, 2, 1, 2, …, parce qu'ils font attention aux éléments précis plutôt qu'à la régularité sous-jacente. Ils pourraient ne pas réussir à voir que toutes les suites AB ont le même motif, composé de deux éléments différents.

Le système de code alphabétique aide les élèves à voir que deux suites apparemment différentes peuvent être mathématiquement identiques.

Bien que les élèves des premières années du primaire soient parfois exposés à des suites à deux attributs, par exemple des tailles et des figures, ils ont souvent du mal à décrire ces suites si les deux attributs ne sont pas régis par la même règle. Par exemple, ces élèves peuvent comprendre que la première suite ci-après est de type AB pour les couleurs comme pour les figures. Ils auront beaucoup plus de mal à décrire la deuxième suite (qui est de type AAB pour les couleurs, mais AB pour les figures), et, pour la plupart de ces élèves, il vaudrait probablement mieux ne pas s'attendre à ce qu'ils soient capables de le faire.



Suite à plusieurs attributs portant sur les figures et les couleurs. Tant les figures que les couleurs relèvent d'une suite AB.



Suite à plusieurs attributs portant sur les figures et les couleurs : AB pour les figures et AAB pour les couleurs.

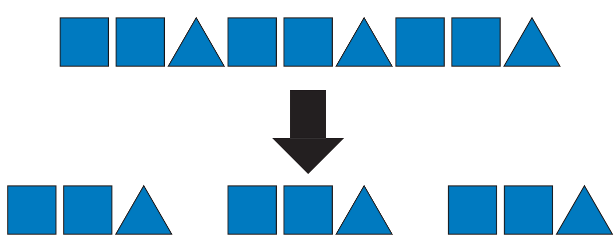
Il est important que les élèves comprennent que, même avec trois répétitions du motif d'une suite, on ne peut jamais définir une suite avec certitude.

Mettre l'accent sur les suites à motif répété

Montrer au moins trois répétitions complètes d'un motif d'une suite est une bonne façon d'aider les élèves à déterminer le motif. Cela dissipe en partie l'ambiguïté intrinsèque. Par exemple, si vous ne leur montrez que 2, 4, 6, … de la suite 2, 4, 6, 2, 4, 6, 2, 4, 6, …, les élèves peuvent se demander si la suite se répète ou si elle est croissante selon la règle +2. Si vous leur montrez 2, 4, 2, 4, …, les élèves supposeront peut-être que 2, 4 vient ensuite, mais ils seront bien plus confiants dans leurs prédictions s'ils voient au moins une répétition supplémentaire du motif. Cependant, même quand le motif est répété trois fois, on ne peut jamais définir une suite avec certitude. Par exemple, 2, 4, 6, 8, … pourrait être 2, 4, 6, 8, 2, 4, 6, 8, … ou 2, 4, 6, 8, 6, 4, 2 ou 2, 4, 6, 8, 10, 12, …

Plus tard, les élèves découvriront les règles formelles qui définissent une suite précise, par exemple « une suite qui commence par 4 et où l'on ajoute 2 » ou « une suite à motif répété AABA ». En étudiant les règles des suites, ils apprendront que, sans règle, on ne peut jamais déterminer avec certitude les éléments suivants d'une suite. C'est une bonne idée de familiariser les élèves de 5 à 9 ans avec ce principe en leur demandant à l'occasion, quand ils proposent le prolongement d'une suite, s'ils peuvent être certains que la suite continue bien de cette façon ou s'il existe d'autres prolongements possibles.

La disposition des éléments d'une suite peut souvent rendre le repérage et la description du motif plus faciles ou plus compliqués pour les élèves. Par exemple, pour les élèves très jeunes, vous pourriez séparer les groupes d'éléments composant le motif, comme illustré ci-dessous.



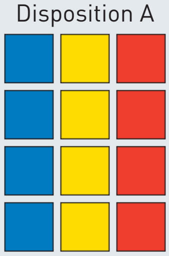
Séparation des groupes d'éléments composant le motif pour mettre en évidence une suite à motif répété.

1.4 EN PRATIQUE

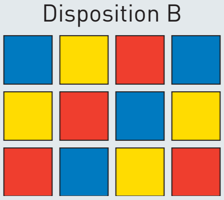
Montrez aux élèves une suite de couleurs ABC composée de 12 éléments, à l'aide de tuiles carrées (par exemple, bleu-jaune-rouge, à répétition). Ensuite, réarrangez les tuiles de deux façons différentes, comme illustré ci-dessous.

Introduisez la GIR 3 en posant les questions suivantes : Quelle disposition des 12 premiers éléments de cette suite vous permet le plus facilement de savoir ce qui vient ensuite ? [A] Pourquoi ? [Dans A, chaque rangée est une répétition du motif, alors on peut facilement prédire la rangée suivante.]

Disposition A



Disposition B



La géométrie

CHAPITRE 3

Les formes et leurs propriétés

Pour bien des gens, faire de la géométrie revient principalement à appliquer le vocabulaire approprié : les élèves savent-ils reconnaître les triangles, savent-ils ce qu'est un carré, connaissent-ils des noms de formes qui possèdent des lignes courbes ? Etc. En réalité, cependant, la géométrie est l'étude des attributs spatiaux des formes, des relations entre ces formes et de leur position relative dans l'espace.

La géométrie est l'étude des attributs spatiaux des formes, des relations entre ces formes, et de leur position relative dans l'espace.

Les attributs d'une forme peuvent inclure, par exemple, le nombre de côtés, des sommets plus ou moins pointus, une ligne courbe, une apparence plane ou des éléments particuliers qui sont tous de la même taille, etc. Être capable de discerner les attributs des formes et savoir ce que ces attributs entraînent est ce qui sera le plus utile aux élèves, quand ils rencontreront des formes dans leur vie quotidienne. Savoir qu'une forme possédant une ligne courbe ne représente pas une base stable pour une construction est une notion pratique aussi intéressante pour un élève de maternelle qui veut fabriquer une structure avec des blocs que pour un adulte qui conçoit un bâtiment. Représenter des formes, les décomposer et les combiner sont des façons d'inciter les élèves à examiner plus attentivement leurs attributs.

GRANDES IDÉES SUR LES FORMES ET LEURS PROPRIÉTÉS (GIFP)

Connaître les grandes idées peut aider les enseignants à choisir, adapter et créer des tâches, ainsi qu'à formuler des questions qui vont amener les élèves à établir des liens très utiles.

1. Certains attributs des formes sont quantitatifs, tandis que d'autres sont qualitatifs. (Par exemple, le fait qu'un cercle est rond est d'ordre qualitatif, alors que le fait qu'un triangle a trois sommets est d'ordre quantitatif.) (GIFP 1)
2. Un grand nombre des propriétés et des attributs qui caractérisent les figures planes se retrouvent aussi dans les solides. (GIFP 2)
3. Les façons possibles de découper (décomposer) et d'assembler (combiner) une figure plane en d'autres figures planes nous révèlent les propriétés de cette figure (par exemple, repérer les angles droits ou déterminer si leurs côtés sont courbes ou droits). (GIFP 3)
4. Beaucoup d'attributs et de nombreuses propriétés géométriques des formes portent sur la mesure (par exemple, un carré est un rectangle dont les quatre côtés sont égaux). (GIFP 4)

Dans chaque rubrique En pratique de la présente section, la ou les grandes idées sur les formes et leurs propriétés (GIFP) qui peuvent être mises en relief sont précisées.

3.1 EN PRATIQUE

Il est parfois utile de guider les élèves quand ceux-ci décrivent les attributs de figures planes, afin de s'assurer qu'ils utilisent autant des attributs qualitatifs que quantitatifs. Demandez-leur d'observer de nombreuses figures variées, incluant plusieurs carrés de tailles et d'orientations différentes, et plusieurs cercles de tailles diverses.

Pour mettre l'accent sur la GIFP 1, posez les questions suivantes : Est-ce que vous pouvez décrire, à l'aide d'un nombre, un fait qui est vrai pour tous les carrés ? [Par exemple : Quatre côtés] Est-ce que vous pouvez désigner par un mot un fait qui est vrai pour tous les cercles ? [Par exemple : Ronds]

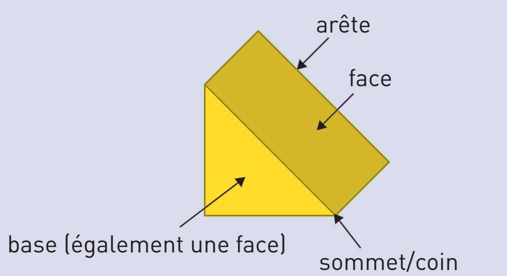
Les attributs et les propriétés géométriques

À mesure que les élèves se familiarisent avec les attributs géométriques de formes variées, ils se font une idée de plus en plus claire des attributs précis qui définissent chaque classe de formes. Chacun des attributs qui définissent une classe de formes donnée est une propriété de ces formes, et chaque forme de cette classe possède cette propriété. Par exemple, à force de découvrir de nouveaux types de triangles, les élèves finiront par se rendre compte que tous les triangles ont trois côtés. Par la suite, quand ils verront une figure possédant trois côtés, ils la reconnaîtront comme étant un triangle. Au cours des premières années du primaire, l'objectif est d'amener les élèves à prendre conscience des différents attributs géométriques. Dans les années suivantes, ils apprendront à classifier les figures selon leurs propriétés.

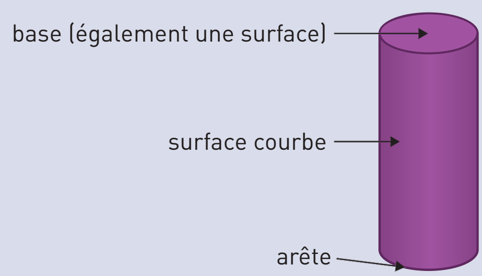
Le vocabulaire géométrique

Les élèves de 5 à 9 ans ne sont généralement pas tenus d'utiliser le vocabulaire mathématique formel associé aux figures et aux solides, mais vous devriez saisir les occasions d'utiliser un vocabulaire précis. Par exemple, si un élève dit : « La boîte a huit coins », l'enseignant peut reprendre la formulation ainsi : « C'est vrai, ce prisme a huit sommets, huit coins. »

Le vocabulaire associé aux solides

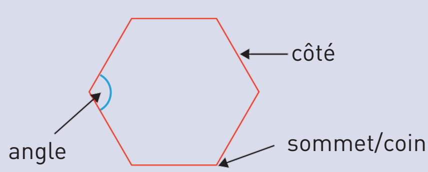


Les composantes d'un prisme ou d'une pyramide

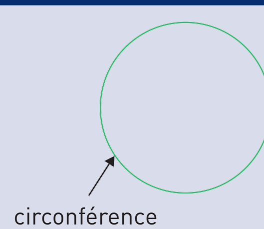


Les composantes d'un cylindre

Le vocabulaire associé aux figures planes



Les composantes d'un polygone



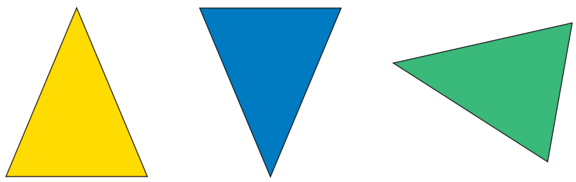
Les composantes d'un cercle

Nous semons souvent la confusion chez les élèves lorsque nous leur faisons manipuler des représentations concrètes de figures planes, comme un bloc mosaïque jaune figurant un hexagone.

Certains milieux choisissent d'utiliser les abréviations « 2D » et « 3D » pour décrire des figures planes et des solides, mais ce que représentent le 2 et le 3 n'est pas facile à expliquer aux élèves. Si vous choisissez d'utiliser ces termes, les élèves comprendront qu'une figure 3D a une hauteur, tandis qu'une figure 2D est plane. Toutefois, nous semons souvent la confusion chez les élèves lorsque nous leur faisons manipuler des représentations concrètes (à trois dimensions) de figures planes, comme un bloc mosaïque jaune figurant un hexagone. Bien qu'il représente une figure plane, le bloc a en réalité trois dimensions, parce qu'il possède une hauteur et est, par conséquent, un solide.

Reconnaître et nommer les formes

Les jeunes élèves reconnaissent et nomment certaines formes de façon intuitive. Ils savent si une forme donnée est une « boule » (sphère), une « boîte » (prisme à base rectangulaire), un carré ou un triangle, bien qu'il soit possible qu'ils ne reconnaissent pas une forme si sa taille ou son orientation est inhabituelle. Par exemple, certains élèves diront que la figure jaune est un triangle, mais pas les deux autres.

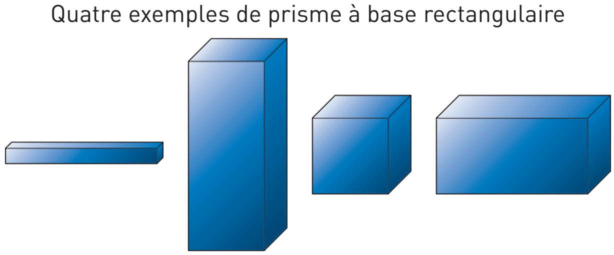


Les jeunes élèves ne reconnaîtront pas toujours ces trois figures comme étant des triangles.

Voilà pourquoi vous devriez présenter aux élèves des figures dont l'orientation et la position varient. Plus tard, les élèves auront appris à vérifier les propriétés des figures pour déterminer à quelles classes ces dernières appartiennent; ils sauront donc qu'une figure possédant trois côtés et trois sommets est un triangle, peu importe son orientation.

Les élèves ont aussi besoin de voir de nombreux exemples d'une forme avant d'être capables de comprendre qu'il s'agit d'une classe de formes et de reconnaître cette forme. Par exemple, ils ont besoin de voir des triangles scalènes, isocèles, rectangles et équilatéraux avant de pouvoir reconnaître n'importe quelle figure à trois côtés comme étant un triangle. De même, ils devront examiner des prismes à base rectangulaire étroits, larges, très élevés et peu élevés avant de reconnaître tous les prismes à base rectangulaire comme appartenant à la même famille de prismes.

Quatre exemples de prisme à base rectangulaire

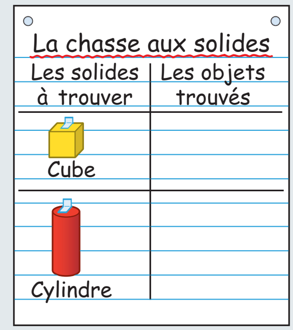


Exposez les jeunes élèves à des exemples variés de chaque type de solide.

Les jeunes élèves devraient se familiariser à la fois avec les solides et les figures planes. En général, les solides sont abordés en premier, parce qu'ils font concrètement partie de la vie quotidienne des enfants, sous la forme de ballons (sphères), de boîtes (prismes), de boîtes de conserve (cylindres), etc. De plus, puisque l'on retrouve des figures planes sur les solides, comme sur les boîtes que les élèves verront et dont les faces peuvent former des carrés, il est logique de commencer par étudier les solides.

3.2 EN PRATIQUE

Envoyez les élèves à la chasse aux solides. Dessinez un grand tableau à deux colonnes, une pour les noms et les représentations visuelles des solides, et l'autre pour la description des objets trouvés par les élèves.



Pour mettre l'accent sur la GIFP 4, posez les questions suivantes : Pourquoi est-ce que vous appelez cette figure un « carré », et celle-ci un « rectangle » ? [Par exemple : Les côtés du carré avaient l'air pareils, mais le rectangle avait des côtés plus grands que les autres.]

3.3 EN PRATIQUE

Présentez des œuvres d'art aux élèves, par exemple des tableaux de Mondrian ou de Rothko, ou des objets ornés de motifs géométriques.

Pour mettre l'accent sur la GIFP 1, posez la question suivante : Dans les figures que vous voyez, qu'est-ce qui est pareil ? Différent ? [Par exemple : Ce sont tous des triangles, mais certains sont petits et pas les autres, et certains ont un coin carré, mais pas tous.]