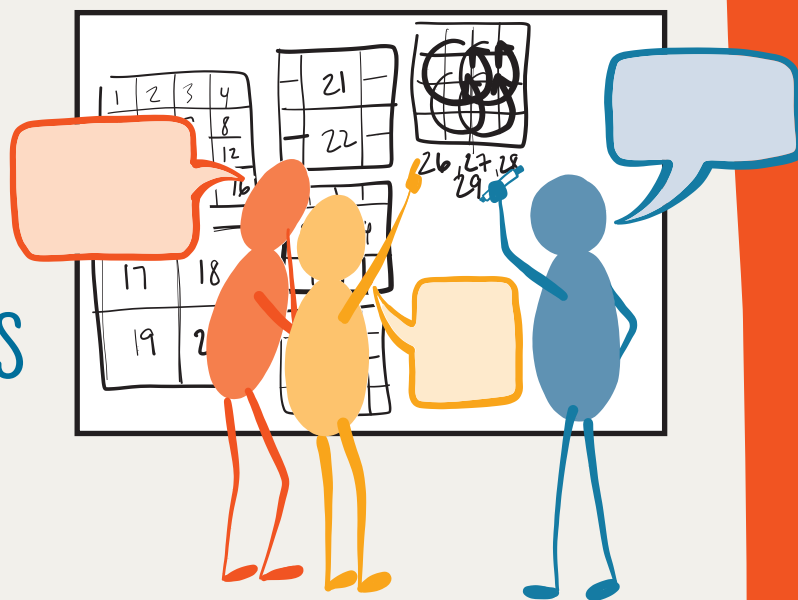


LA CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE en MATHÉMATIQUES

5 À 17 ANS

14 PRATIQUES
PÉDAGOGIQUES
POUR OPTIMISER
L'APPRENTISSAGE



PETER LILJEDAHL

ADAPTATION : FRÉDÉRIC OUELLET

LA CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE en MATHÉMATIQUES

5 À 17 ANS

14 PRATIQUES
PÉDAGOGIQUES
POUR OPTIMISER
L'APPRENTISSAGE

PETER LILJEDAHL

PRÉFACE : TRACY JOHNSTON ZAGER

ADAPTATION : FRÉDÉRIC OUELLET

TRADUCTION : JEAN-LOUP LANSAC



CHENELIÈRE
ÉDUCATION

La classe collabo-réflexive en mathématiques

14 pratiques pédagogiques pour optimiser l'apprentissage

Traduction et adaptation de : *Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K-12: 14 Teaching Practices for Enhancing Learning* de Peter Liljedahl © 2021, by Corwin Press, Inc. (United States, United Kingdom, and New Delhi; ISBN 978-1-5443-7483-3). All rights reserved.

Traduction autorisée par Corwin Press, Inc.

© 2024 TC Média Livres Inc.

Édition : Clothilde Bariteau

Coordination : Caroline Vial

Révision linguistique : Catherine Baron

Correction d'épreuves : Francine Raymond

Adaptation de la couverture originale : Micheline Roy

Catalogage avant publication de Bibliothèque et Archives nationales du Québec et Bibliothèque et Archives Canada

Titre : La classe collabo-réflexive en mathématiques : 14 pratiques pédagogiques pour optimiser l'apprentissage / Peter Liljedahl ; adaptation, Frédéric Ouellet.

Autres titres : Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12. Français

Noms : Liljedahl, Peter, auteur. | Ouellet, Frédéric (Professeur de mathématiques), éditeur intellectuel.

Description : Traduction de : Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12 : 14 teaching practices for enhancing learning. | Comprend des références bibliographiques.

Identifiants : Canadiana 20230075649 | ISBN 9782765069539

Vedettes-matière : RVM : Mathématiques—Étude et enseignement (Primaire) | RVM : Mathématiques—Étude et enseignement (Secondaire) | RVM : Enseignement efficace. | RVM : Salles de classe—Environnement.

Classification : LCC QA135.6.L5514 2024 | CDD 372.7/044—dc23

Sources iconographiques

Illustrations : Laura Wheeler

Photos p. XVI : skynesher/iStock.com ; p. XIXg : Goldfaery/iStock.com ; p. XIXd : Courtney Hale/iStock.com ; p. 9 : FatCamera/iStock.com ; p. 26 : SDI Productions/iStock.com ; p. 39 : Gracieuseté de Peter Liljedahl ; p. 43 : Gracieuseté d'Alex Overwijk ; p. 53hg : skynesher/iStock.com ; p. 53hc : Deztinie/iStock.com ; p. 53hd : Gracieuseté de Mike Pruner ; p. 53bg : Gracieuseté de Jamie Mitchell ; p. 53bc : SolStock/iStock.com ; p. 53bd : Gracieuseté d'Alex Overwijk ; p. 54g : skynesher/iStock.com ; p. 54d : Gracieuseté d'Alex Overwijk ; p. 56 : Gracieuseté de Peter Liljedahl ; p. 64 : Wavebreakmedia/iStock.com ; p. 67 : Gracieuseté de Sheri Stashick ; p. 81 : Gracieuseté de Judy Larsen ; p. 102 : Gracieuseté de Peter Liljedahl ; p. 108 : Utilisée avec permission ; p. 112 : Gracieuseté de Peter Liljedahl ; p. 133 : Gracieuseté de Peter Liljedahl ; p. 146 : Gracieuseté de Peter Liljedahl ; p. 147h : Gracieuseté de Judy Larsen ; p. 147c : Gracieuseté de Peter Liljedahl ; p. 166h : Frédéric Ouellet.

Toutes les citations de cet ouvrage ont fait l'objet d'une traduction libre. Chenelière Éducation est seul responsable de la traduction et de l'adaptation de cet ouvrage.

Des marques de commerce sont mentionnées ou illustrées dans cet ouvrage. L'Éditeur tient à préciser qu'il n'a reçu aucun revenu ni avantage conséquemment à la présence de ces marques. Celles-ci sont reproduites à la demande des autrices ou des adaptatrices en vue d'appuyer le propos pédagogique ou scientifique de l'ouvrage.

Tous les sites Internet présentés sont étroitement liés au contenu abordé. Après la parution de l'ouvrage, il pourrait cependant arriver que l'adresse ou le contenu de certains de ces sites soient modifiés par leur propriétaire, ou encore par d'autres personnes. Pour cette raison, nous vous recommandons de vous assurer de la pertinence de ces sites avant de les suggérer aux élèves.

L'achat en ligne est réservé aux résidents du Canada.

CHENELIÈRE
ÉDUCATION

5800, rue Saint-Denis, bureau 900
Montréal (Québec) H2S 3L5 Canada

Téléphone : 514 273-1066

Télécopieur : 514 276-0324 ou 1 800 814-0324

info@cheneliere.ca

TOUS DROITS RÉSERVÉS.

Toute reproduction du présent ouvrage, en totalité ou en partie, par tous les moyens présentement connus ou à être découverts, est interdite sans l'autorisation préalable de TC Média Livres Inc.

Toute utilisation non expressément autorisée constitue une contrefaçon pouvant donner lieu à une poursuite en justice contre l'individu ou l'établissement qui effectue la reproduction non autorisée.

ISBN 978-2-7650-6953-9

Dépôt légal : 1^{er} trimestre 2024

Bibliothèque et Archives nationales du Québec

Bibliothèque et Archives Canada

Imprimé au Canada

1 2 3 4 5 M 27 26 25 24 23

Gouvernement du Québec – Programme de crédit d'impôt pour l'édition de livres – Gestion SODEC.

Ce projet est financé en partie par le gouvernement du Canada

Canada



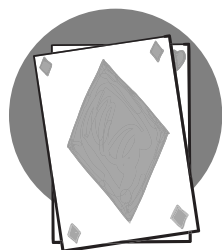
TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	IV
Remerciements	VII
Introduction	XIII



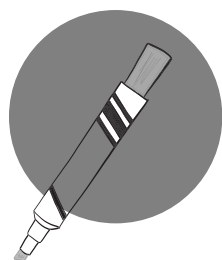
CHAPITRE 1 : QUELS SONT LES TYPES DE PROBLÈMES À PRÉCONISER DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ?..... 1

La grande question.....	2
Le problème	6
Vers une classe collabo-réflexive	8
Foire aux questions.....	13
En résumé	18
Matière à réflexion.....	18
Mettre en pratique.....	19



CHAPITRE 2 : COMMENT FORMER DES GROUPES COLLABORATIFS DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ?..... 20

La grande question.....	21
Le problème	22
Vers une classe collabo-réflexive	24
Foire aux questions.....	30
En résumé	35
Matière à réflexion.....	36
Mettre en pratique.....	36



CHAPITRE 3 : OÙ EST-CE QUE LES ÉLÈVES DEVRAIENT TRAVAILLER DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ?..... 37

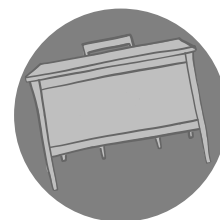
La grande question.....	38
Le problème	38
Vers une classe collabo-réflexive	39

Foire aux questions.....	44
En résumé.....	47
Matière à réflexion.....	47
Mettre en pratique.....	48

CHAPITRE 4 : COMMENT DISPOSER LE MOBILIER DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ?

50

La grande question.....	51
Le problème.....	51
Vers une classe collabo-réflexive.....	52
Foire aux questions.....	56
En résumé.....	58
Matière à réflexion.....	59
Mettre en pratique.....	59



CHAPITRE 5 : COMMENT RÉPONDRE AUX QUESTIONS DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ?

61

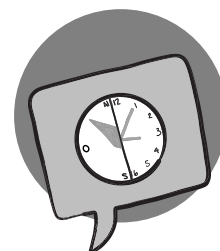
La grande question.....	62
Le problème.....	62
Vers une classe collabo-réflexive.....	66
Foire aux questions.....	70
En résumé.....	73
Matière à réflexion.....	74
Mettre en pratique.....	74



CHAPITRE 6 : OÙ, QUAND ET COMMENT PRÉSENTER LES PROBLÈMES DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ?

76

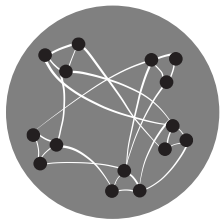
La grande question.....	77
Le problème.....	77
Vers une classe collabo-réflexive.....	78
Foire aux questions.....	87
En résumé.....	91
Matière à réflexion.....	92
Mettre en pratique.....	92





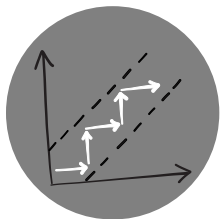
CHAPITRE 7 : À QUOI RESSEMBLENT LES DEVOIRS DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ? 94

La grande question.....	95
Le problème	95
Vers une classe collabo-réflexive	100
Foire aux questions.....	102
En résumé	105
Matière à réflexion.....	105
Mettre en pratique.....	106



CHAPITRE 8 : COMMENT FAVORISER L'AUTONOMIE DES ÉLÈVES DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ?..... 107

La grande question.....	108
Le problème	109
Vers une classe collabo-réflexive	109
Foire aux questions.....	114
En résumé	116
Matière à réflexion.....	116
Mettre en pratique.....	117

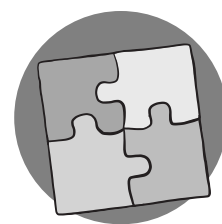


CHAPITRE 9 : COMMENT UTILISER DES CONSEILS ET DES ACTIVITÉS D'INTENSIFICATION DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ?..... 118

La grande question.....	119
Le problème	119
Vers une classe collabo-réflexive	120
Foire aux questions.....	134
En résumé	139
Matière à réflexion.....	139
Mettre en pratique.....	140

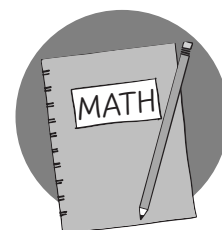
CHAPITRE 10 : COMMENT CONSOLIDER UNE LEÇON DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ? 142

La grande question.....	143
Le problème	143
Vers une classe collabo-réflexive	144
Foire aux questions.....	151
En résumé	154
Matière à réflexion.....	155
Mettre en pratique.....	155



CHAPITRE 11 : COMMENT PRENDRE DES NOTES DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ? 157

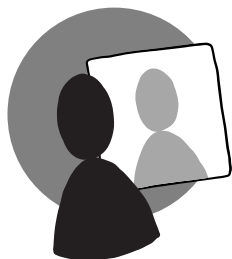
La grande question.....	158
Le problème	158
Vers une classe collabo-réflexive	163
Foire aux questions.....	170
En résumé	174
Matière à réflexion.....	175
Mettre en pratique.....	175



CHAPITRE 12 : QUE CHOISIR D'ÉVALUER DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ? 177

La grande question.....	178
Le problème	179
Vers une classe collabo-réflexive	180
Foire aux questions.....	191
En résumé	194
Matière à réflexion.....	195
Mettre en pratique.....	195





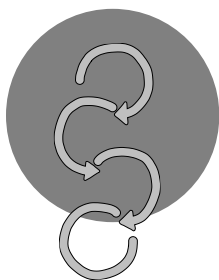
CHAPITRE 13 : COMMENT UTILISER LES ÉVALUATIONS FORMATIVES DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ? 197

La grande question.....	198
Le problème	199
Vers une classe collabo-réflexive	200
Foire aux questions.....	209
En résumé	215
Matière à réflexion.....	216
Mettre en pratique.....	216



CHAPITRE 14 : COMMENT ÉVALUER DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ?..... 217

La grande question.....	218
Le problème	219
Vers une classe collabo-réflexive	223
Foire aux questions.....	231
En résumé	240
Matière à réflexion.....	241
Mettre en pratique.....	241

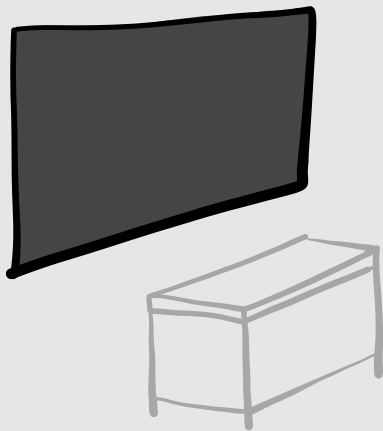


CHAPITRE 15 : COMMENT INTÉGRER LES 14 PRATIQUES PÉDAGOGIQUES POUR CRÉER UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ?..... 242

La recherche.....	243
Créer la classe collabo-réflexive.....	244
Passer de la synergie collective aux connaissances et pratiques individuelles	250
Reconstruire la classe collabo-réflexive	255
Ne pas laisser les arbres cacher la forêt	258
Foire aux questions.....	259
Matière à réflexion.....	261
Bibliographie	262



INTRODUCTION



Quand j'ai rencontré Jeanne pour la première fois, en 2003, elle enseignait au premier cycle du secondaire (de 12 à 14 ans) depuis 15 ans déjà. Elle se sentait parfaitement à l'aise dans son enseignement des mathématiques, mais elle avait eu vent d'un nouveau programme d'études qui se profilait à l'horizon. La rumeur voulait que ce nouveau programme mette davantage l'accent sur la résolution de problèmes, mais aussi sur la pédagogie axée sur la résolution de problèmes. En 15 ans d'enseignement, Jeanne n'avait jamais abordé l'un ou l'autre de ces aspects. Elle a donc décidé d'aller au-devant du nouveau programme, en apprenant quelques notions sur la résolution de problèmes et en commençant à s'en servir en classe.

Jeanne connaissait trois choses à mon sujet. Premièrement, elle savait que j'aimais la résolution de problèmes. À l'époque, l'essentiel de mes recherches portait sur la créativité dans la résolution de problèmes, et j'avais déjà organisé quelques ateliers sur ce thème pour les enseignants de son district scolaire. Deuxièmement, Jeanne savait que je travaillais sur mon doctorat, que j'avais cessé d'enseigner durant cette période et que, par conséquent, je disposais de beaucoup de temps libre. Troisièmement, elle connaissait mon adresse courriel. Pour ma part, je n'avais jamais rencontré Jeanne ni même entendu parler d'elle, et je ne sais pas comment elle savait tout cela. Quoiqu'il en soit, par un beau jour de l'année 2003, j'ai reçu un courriel de Jeanne.

Jeanne: Bonjour, j'aimerais accorder une place plus grande à la résolution de problèmes dans ma classe de mathématiques de première et deuxième secondaire (12 et 13 ans), cette année. Croyez-vous pouvoir m'aider en ce sens?

Fantastique! Cela faisait quelques années que j'avais délaissé mon poste d'enseignant, et la profession me manquait. Pour moi, c'était non seulement l'occasion de retourner en classe, mais aussi de travailler sur la résolution de problèmes avec des élèves.

Peter: C'est avec plaisir que je vous aiderais. On pourrait se rencontrer pour en discuter? Je suis disponible pour passer à votre école demain. Dans quelle classe enseignez-vous et à quelle heure les cours se terminent-ils?

C'est ainsi que je me suis présenté à la porte de Jeanne le lendemain, à 15 h 15 sonnantes, avec un grand sourire aux lèvres. Ça allait être génial.

Jeanne, qui avait manifestement déjà travaillé avec des chercheurs, ne semblait pas aussi enthousiaste.

Jeanne: Bon, voilà le topo. Avant de commencer à parler de résolution de problèmes, j'aimerais mettre certaines choses au clair. Tout d'abord, sachez que je n'ai ni besoin de votre enthousiasme, ni de cette joie de vivre que vous semblez vouloir partager à tout prix. Je n'ai aucunement l'intention de faire de l'enseignement en équipe avec vous, pas plus que je n'ai envie de faire de la planification conjointe avec vous, d'ailleurs. En fait, tout ce que je veux, c'est trouver quelques situations problèmes intéressantes que je pourrai utiliser dans mon cours de mathématiques de première et deuxième secondaire. Pour être bien franche avec vous, je ne sais même pas pourquoi nous avons cette réunion.

Ce serait un euphémisme de dire que ce n'était pas exactement ce à quoi je m'attendais. En fait, cette réaction était probablement aussi éloignée que possible de ce que j'avais pu envisager! Malgré tout, je ne me suis pas laissé décourager et, après 15 minutes de discussion, nous en sommes arrivés à un accord tacite... en quelque sorte. J'allais donner quelques bons problèmes à Jeanne qui, en retour, m'autoriserait à l'observer alors qu'elle les mettrait en œuvre dans sa classe. Elle tenait cependant à établir un certain nombre de règles.

Jeanne : Tout d'abord, tu dois rester à ce bureau [en désignant un bureau situé dans un coin éloigné, au fond de la classe]. Ensuite, je ne veux pas que tu parles aux élèves... et il va sans dire que tu ne dois absolument pas me parler!

C'est sur ces bases rigides qu'a commencé notre collaboration... si tant est que ce terme s'appliquât à notre situation. Le premier problème que j'ai donné à Jeanne était tiré des écrits de Lewis Carroll. C'était un problème que j'avais déjà utilisé à de nombreuses reprises auprès de mes élèves de première et deuxième secondaire. Je savais qu'il s'agissait d'un bon point de départ. La mise en situation était intéressante, la réponse n'était pas banale et sa résolution ne demandait pas de faire appel à des notions de mathématiques très poussées. Je me rappelais que mes élèves avaient pris plaisir à débattre des différentes solutions trouvées quand j'avais utilisé ce problème en classe avec eux.

Si six chats peuvent tuer six rats en six minutes, combien faudra-t-il de chats pour tuer 100 rats en 50 minutes? (Lewis Carroll, 1880)

Le lendemain matin, je me suis donc assis au fond de la classe de Jeanne et je l'ai regardée écrire ce problème au tableau pour que ses élèves le résolvent. Avant de vous raconter ce qui s'est passé par la suite, permettez-moi de revenir sur quelques détails. Comme je l'ai mentionné, Jeanne enseignait les mathématiques depuis 15 ans et, jusqu'à ce jour, elle n'avait jamais eu recours à la résolution de problèmes dans sa classe. Ses élèves étaient assis par paire à des tables disposées en rangées (*voir la figure I.1 à la page suivante*). Il n'y avait pas de places assignées, alors les élèves s'asseyaient et travaillaient avec qui ils voulaient. Jeanne m'avait dit qu'elle avait l'habitude de commencer ses cours en faisant une révision des devoirs. Par la suite, elle donnait un cours magistral, pendant lequel elle montrait comment répondre à différentes questions, tandis que les élèves prenaient des notes. Vers la fin du cours, Jeanne demandait aux élèves de répondre à ce que j'appelle des questions du type « mise en pratique » qu'elle passait ensuite en revue après quelques minutes. Après avoir travaillé sur quelques questions, elle donnait des devoirs à faire dans le manuel, dans un cahier ou sur une feuille d'exercices, et les élèves travaillaient sur ces questions pendant le reste du cours. Bref, c'était un cours de mathématiques tout ce qu'il y a de plus typique et une leçon parfaitement convenue. Oh, j'oubliais. Tout ceci se déroulait en mai, à six semaines de la fin de l'année scolaire.

Avec ces informations en tête, comment croyez-vous que s'est déroulée cette première tentative d'utilisation de ce genre de problème avec ses élèves? Vous l'aurez compris, ce fut un désastre complet. Aussitôt que Jeanne a demandé aux élèves de résoudre la question écrite au tableau, ces derniers ont tous levé la main d'un seul

Figure I.1 Des élèves travaillent sur un problème dans une salle de classe traditionnelle.



coup et Jeanne s'est mise à circuler dans la classe. Elle naviguait entre les tables, en répondant aux différentes paires d'élèves qui se demandaient quoi faire, s'ils s'y prenaient bien et s'ils avaient trouvé la bonne réponse. Très vite, les élèves se sont découragés et ont commencé à baisser les bras. Jeanne passait autant de temps à encourager ses élèves à persévérer qu'à aider ceux qui continuaient à travailler.

Entre-temps, j'étais assis au fond de la classe, à mon bureau, sans parler aux élèves et encore moins à Jeanne. Pendant tout le temps que j'ai passé à observer cette catastrophe sans nom, je me suis dit que c'était la fin... Jeanne allait me mettre à la porte de sa classe, et notre brève (mais spectaculairement misérable) collaboration s'arrêterait là.

Au bout d'environ 25 minutes, Jeanne est passée à autre chose en proposant à ses élèves de travailler sur une autre activité. Elle s'est alors approchée de moi et m'a dit : « Allez, donne-moi un autre problème. » J'étais aussi surpris qu'impressionné. Jeanne avait des ressources insoupçonnées ! Je lui ai donc fourni un deuxième problème et, le lendemain matin, j'étais de retour à mon bureau pour la regarder essayer à nouveau... avec les mêmes élèves, mais avec un nouveau problème.

Si tant est que faire se peut, les choses se sont encore moins bien passées. Les élèves ont abandonné plus rapidement et Jeanne a passé plus de temps à les encourager qu'à les aider. À la fin de l'activité, Jeanne s'est approchée de moi et m'a dit : « Allez, file-moi un autre problème. » Franchement, cette femme avait du courage. Au cours des 18 dernières années, j'ai travaillé avec des centaines d'enseignants et je n'ai jamais rencontré d'éducateurs dotés d'une telle force de caractère, d'une volonté si affirmée et d'une détermination assez solide pour continuer à avancer ainsi contre vents et marées. J'ai donc confié un troisième problème à Jeanne. Le lendemain matin, j'étais de retour à mon bureau : mêmes élèves, nouveau problème.

Cette fois, c'était pire que pire. Les élèves n'avaient absolument plus de motivation, et sont restés assis pendant 25 minutes, apathiques, sans rien faire... sinon que de discuter entre eux. Jeanne, elle, avait encore la force de continuer. Pendant ces 25 minutes, elle n'a cessé de zigzaguer à travers la classe pour essayer de faire avancer les choses. À la fin de l'activité, elle est venue me voir et m'a dit, enfin : « Bon, je crois que c'est fini, cette fois. »

J'étais d'accord avec elle. Tout le monde était malheureux dans cette classe. Les élèves étaient frustrés. Jeanne était épuisée. Quant à moi, j'étais déçu. Il était temps de mettre un terme à cette expérience. Avant de partir, je voulais cependant comprendre pourquoi les problèmes que j'avais utilisés avec succès auparavant avaient fait chou blanc à ce point. J'ai donc demandé à Jeanne si je pouvais rester jusqu'à la fin de la journée pour la regarder enseigner. Elle a accepté, en ne manquant pas de me rappeler : « Tu connais les règles ! »

Au bout du compte, je suis resté dans la classe de Jeanne pendant trois journées entières, à la regarder enseigner en suivant la routine évoquée précédemment : révision des devoirs, démonstrations, notes, problèmes du type « mise en pratique » et attribution des devoirs. Vers la fin de la troisième journée, j'ai été ébranlé par deux constatations. Tout d'abord, je me suis rendu compte qu'à aucun moment au cours de ces trois dernières journées d'observation, je n'avais vu les élèves de Jeanne réfléchir de la façon nécessaire pour connaître du succès en mathématiques dans les niveaux scolaires supérieurs. Attention, je ne veux pas dire par là qu'il ne se passait rien, en classe ! Les élèves restaient occupés du début à la fin du cours. Ils prenaient des notes, répondaient à des questions, remplissaient des feuilles d'exercices et commençaient à faire leurs devoirs. Ils ne chômaient pas... mais ils ne réfléchissaient pas non plus.

La deuxième révélation fut de réaliser que Jeanne planifiait son enseignement en partant du principe que les élèves ne pouvaient pas (ou ne voulaient pas) réfléchir. Elle se trouvait dans une situation difficile : elle avait une classe remplie d'élèves qui ne réfléchissaient pas, mais elle devait pourtant suivre le programme d'études et se conformer aux normes établies. La situation que vivait Jeanne est loin d'être exceptionnelle. Chaque jour, des enseignants du monde entier se trouvent confrontés à ce même dilemme. Même les enseignants qui sont considérés comme de bons pédagogues, selon les critères traditionnels (à savoir ceux qui connaissent leur matière, qui s'intéressent à leurs élèves et qui cherchent à faire ce qu'il y a de mieux pour eux), font face à ce dilemme. Dans son école et dans l'ensemble de son district scolaire, Jeanne était considérée comme une très bonne enseignante : ses élèves obtenaient de bons résultats aux examens et aucun d'entre eux ne semblait passer à travers les mailles du filet. Elle cherchait à faire de son mieux pour ses élèves et elle était prête à travailler d'arrache-pied pour les aider à atteindre leurs objectifs. Pourtant, elle s'est trouvée confrontée à ce même dilemme. Que pouvait-elle faire ? Elle a suivi le même chemin que beaucoup d'entre nous : elle a structuré des activités qui lui ont permis d'aborder la matière le plus rapidement et le plus efficacement possible, sans prendre soin d'inciter ses élèves à la réflexion. Permettez-moi de vous donner un exemple, pour illustrer mon propos.

Jeanne a essayé de faire plusieurs activités avec ses élèves, alors que je l'observais. Parmi celles-ci, l'une d'entre elles était un problème que j'ai désigné comme «le problème des cure-dents». Les élèves devaient créer une rangée de carrés à l'aide de cure-dents et noter le nombre de cure-dents nécessaires pour créer des rangées de différentes longueurs. Ils devaient ensuite utiliser les données ainsi obtenues pour faire des extrapolations et calculer le nombre de cure-dents nécessaires pour créer une rangée de 10, 20 et 100 carrés, avant d'exprimer la formule utilisée sous une forme préalgébrique. Il s'agissait là d'un excellent problème de réflexion, pour peu qu'on laisse le loisir aux élèves de faire quelques explorations par eux-mêmes. Dans la classe de Jeanne, par contre, cette activité était accompagnée d'une feuille d'exercices contenant tout un lot d'instructions qu'elle avait puisée dans un manuel scolaire. C'est ainsi que cette merveilleuse activité de travail sur les suites, l'extrapolation et la généralisation a été réduite à une espèce de recette de cuisine mathématique dans laquelle les élèves suivaient des étapes les unes après les autres... de sorte qu'au bout d'une vingtaine

.....
Nous savons que
la réflexion est un
précurseur nécessaire
à l'apprentissage.
Or, si les élèves
ne réfléchissent
pas, il n'y a pas
d'apprentissage
possible.
.....

de minutes, tout le monde avait terminé l'activité. Personne, en revanche, n'avait vraiment pris la peine de réfléchir à la question. Comme ces activités évitaient aux élèves d'avoir à réfléchir, Jeanne devait continuer à planifier son enseignement en partant du principe que ses élèves ne pouvaient pas (ou ne voulaient pas) réfléchir. Comment aurait-elle pu faire autrement? Jeanne était prisonnière d'une espèce de cercle vicieux dans lequel la réflexion n'avait pas lieu d'être. Il va sans dire que cette situation est problématique. En effet, nous savons que la réflexion est un précurseur nécessaire à l'apprentissage. Or, si les élèves ne réfléchissent pas, il n'y a pas d'apprentissage possible.

À ce moment, je me suis demandé si ce problème était propre à la classe de Jeanne. J'ai donc rendu visite à une autre enseignante de son école pour en avoir le cœur net. J'y ai vu la même réalité. J'ai visité une autre enseignante encore... même constat. Après avoir rendu visite à cinq enseignants dans cet établissement, j'ai constaté partout la même chose: les élèves ne réfléchissaient pas et les enseignants planifiaient leur enseignement en partant du principe que leurs élèves n'étaient pas capables de réfléchir ou ne cherchaient pas à le faire. Le problème n'était assurément pas circonscrit à la classe de Jeanne, mais il concernait l'école tout entière.

Après ce constat accablant, j'ai voulu savoir s'il s'agissait d'un problème propre à cette école. J'ai donc communiqué avec des éducateurs que je connaissais en leur demandant de me recommander des enseignants dont ils avaient entendu dire du bien. J'ai ensuite contacté ces enseignants en leur demandant si je pouvais venir étudier leur enseignement et observer leurs élèves dans leur milieu d'apprentissage. Plusieurs d'entre eux ont accepté cette proposition. J'ai donc quitté l'école de Jeanne pour me rendre dans diverses classes, au sein d'écoles très variées. J'ai profité de ces visites pour demander aux enseignants s'ils connaissaient un collègue, dans un autre établissement, à propos duquel ils avaient entendu de bons mots. C'est ainsi que je suis passé d'une classe à l'autre, d'une école à l'autre, pour aller à la rencontre de ces enseignants exemplaires.

Comme ma démarche était avant tout axée sur la recherche de bons enseignants, j'ai été amené à visiter des écoles très différentes les unes des autres. J'ai observé des classes de tous les niveaux scolaires, de la maternelle à la fin du secondaire (de 5 à 17 ans).

J'ai fréquenté des établissements situés dans des milieux socio-économiques modestes et dans d'autres plus aisés. J'ai visité des classes francophones et des classes anglophones. J'ai visité des écoles publiques et des écoles privées. Malgré cette diversité, j'ai constaté la même chose à chaque endroit : les élèves ne réfléchissaient pas et leurs enseignants planifiaient leur enseignement en partant du principe que leurs élèves n'étaient ni disposés à réfléchir, ni capables de le faire. À l'instar de Jeanne, tous ces enseignants étaient pourtant considérés comme les meilleurs de leur profession : ils connaissaient leur matière sur le bout de leurs doigts, ils s'intéressaient à leurs élèves et veillaient à ce que ces derniers réussissent à assimiler le contenu de leur cours. Tout comme Jeanne, ces 40 enseignants étaient tous prisonniers de ce même cercle vicieux dans lequel la réflexion ne trouvait pas sa place : ils devaient composer avec des élèves qui ne réfléchissaient pas, mais qui devaient malgré tout assimiler un programme d'études conséquent. Enfin, comme Jeanne, ces enseignants utilisaient des manuels et des cahiers d'exercices conçus pour faciliter cette situation. Non seulement le problème n'était-il pas propre à la classe de Jeanne, mais il n'était pas non plus limité à son école. Il s'agissait d'un problème systémique (voir la figure I.2).

J'ai constaté la même chose à chaque endroit : les élèves ne réfléchissaient pas et leurs enseignants planifiaient leur enseignement en partant du principe que leurs élèves n'étaient ni disposés à réfléchir, ni capables de le faire.

Figure I.2 Des élèves qui ne réfléchissent pas.



DES ÉLÈVES QUI NE RÉFLÉCHISSENT PAS

À ce stade, vous êtes peut-être satisfait de mon constat selon lequel les élèves ne réfléchissent pas en classe, et vous hochez peut-être de la tête en réalisant que c'est aussi ce qui se produit dans votre classe. Dans ce cas, vous avez sans doute hâte d'aborder le reste du livre, qui porte sur la façon de remédier à cette situation en créant des classes collabo-réflexives. Je vous invite alors à passer directement à la section suivante, portant sur les normes institutionnelles. En revanche, si vous aimeriez avoir une description un peu plus détaillée de ce que j'entends par « ne pas réfléchir » et de l'ampleur que ce phénomène pouvait prendre dans les 40 classes que j'ai visitées, je vous invite à poursuivre votre lecture.

Quand j'ai visité ces 40 classes et que j'ai réalisé que partout où j'allais, je voyais des élèves qui ne réfléchissaient pas, j'avais surtout *l'impression* que j'étais face à des élèves qui ne réfléchissaient pas. Je n'avais aucun moyen de qualifier ou de quantifier

ce que je voyais (et encore moins ce que je ne voyais pas). Tout cela n'était que des impressions... qui se sont avérées exactes par la suite, mais qui n'étaient alors pas étayées par des preuves. Quelque temps plus tard, j'ai entrepris mes premiers efforts pour décrire plus précisément ce que j'observais, dans le cadre d'une série de projets de recherche sur le comportement étudiant.

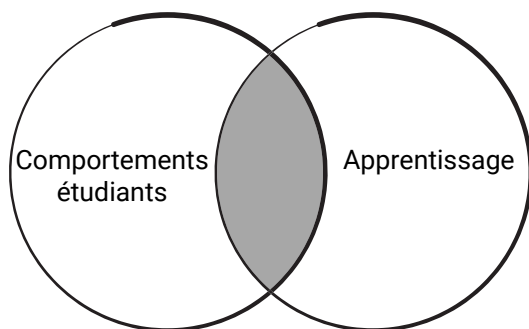
En 1986, Fenstermacher a introduit le terme *studenting* (ci-après désigné sous le terme plus générique de « comportements étudiants »), qui se voulait le pendant de l'enseignement. En tant qu'enseignants, nous faisons toutes sortes de choses qui peuvent ou non être liées à la facilitation de l'apprentissage chez les élèves. Nous prenons les présences, nous gérons les incidents qui se produisent en classe, nous présentons les activités qui se déroulent dans l'école, nous recueillons des formulaires d'autorisation remplis par les parents, nous organisons des collectes de fonds et, accessoirement, nous aidons les élèves à assimiler le contenu du programme d'études et à développer certaines habiletés. Pour Fenstermacher, les « comportements étudiants » sont analogues à ces activités.

Les « comportements étudiants » englobent tout ce que font les élèves dans un contexte d'apprentissage. Une partie de ces comportements relève inévitablement de l'apprentissage, mais dans une large mesure, ils ne s'y rapportent pas.

[...] les comportements étudiants ne se limitent pas à la simple acquisition de connaissances. Dans le contexte scolaire, il faut aussi apprendre à s'entendre avec ses enseignants, à cohabiter avec ses pairs, à faire face aux attentes de ses parents en tant qu'élève et à composer avec les aspects non académiques de la vie à l'école. (1986, p. 39)

[Il faut aussi] comprendre la psychologie des enseignants, découvrir comment obtenir certaines notes, « déjouer le système », gérer l'ennui de façon à ce qu'il ne soit pas manifeste pour les enseignants, tirer le meilleur parti des travaux de lecture et d'écriture, trouver la juste ligne entre les activités scolaires et parascolaires et essayer de prévoir ce qui est susceptible de se retrouver dans les examens et ce qui est plus superflu. (1994, p. 1)

Essentiellement, les « comportements étudiants » englobent tout ce que font les élèves dans un contexte d'apprentissage. Une partie de ces comportements relève inévitablement de l'apprentissage, mais dans une large mesure, ils ne s'y rapportent pas. Pour moi, l'étude des comportements étudiants constituait le moyen idéal pour commencer à envisager ce que font les élèves lorsqu'ils ne réfléchissent pas. J'ai donc décidé d'entamer des recherches sur ces comportements dans le contexte des activités effectuées par les élèves dans un cours de mathématiques.



Dans un cours, chaque moment consacré à une activité est bien défini et délimité. Les premières activités que j'ai voulu étudier étaient les problèmes du type « mise en pratique », la prise de notes et les devoirs. Les résultats de mes recherches sur la prise de notes et les devoirs seront présentés aux chapitres 7 et 11, respectivement. Pour l'instant, je me contenterai de présenter les résultats de mes recherches sur les problèmes du type « mise en pratique ».

Les problèmes de ce type sont des problèmes que l'enseignant demande aux élèves de résoudre après leur avoir montré comment faire quelque chose. Ainsi, après avoir expliqué en détail comment multiplier des nombres à deux chiffres et donné deux ou trois exemples, nous pouvons nous tourner vers les élèves et leur dire « maintenant, c'est à votre tour de "mettre en pratique" ce que je vous ai montré », avant

d'écrire un problème au tableau qu'ils pourront résoudre seuls. Nous attendons ensuite 4 minutes et 22 secondes (du moins, c'est le temps moyen que les enseignants accordent aux élèves pour résoudre ce type de problème) avant de revenir sur la façon de résoudre le problème. Par la suite, nous donnons souvent aux élèves un autre problème à résoudre. Dans chacune des 40 classes que j'ai visitées, les problèmes du type « mise en pratique » représentaient une partie centrale et incontournable de tous les cours que j'ai observés. Pour plusieurs enseignants, ces problèmes faisaient partie intégrante de l'enseignement.

Quand j'ai demandé à ces enseignants de me décrire le type de comportement qu'ils s'attendaient à voir chez leurs élèves, pendant ces moments, leur réponse a toujours été la même.

Liliane: Je m'attends à ce que mes élèves essaient de résoudre les problèmes de façon autonome.

Chercheur: D'accord, mais pourquoi ?

Liliane: Pour voir s'ils sont capables de le faire, et pour qu'ils apprennent de leurs erreurs s'ils n'y arrivent pas.

Nous nous attendons à ce que les élèves essaient de résoudre les problèmes et en tirent des leçons. Les problèmes du type « mise en pratique » sont donc une forme d'autoévaluation qui permet aux élèves et aux enseignants de savoir si les démonstrations ont été efficaces ou non. La formule est plutôt simple. Cependant, si on s'y penche de plus près, que font vraiment les élèves durant ce type d'exercice ? Quels sont leurs « comportements d'étudiants », dans ce contexte d'apprentissage distinct et précis ? Il s'avère qu'une partie des élèves se comporte exactement comme nous nous y attendons, mais cette proportion ne représente qu'environ 20 % de la classe. Les autres élèves adoptent des comportements bien différents. Dans le cadre d'une étude sur les comportements d'apprentissage menée dans plusieurs classes différentes, nous avons découvert que les élèves qui s'adonnaient à une activité du type « mise en pratique » pouvaient adopter tout un éventail de comportements¹ (Liljedahl et Allan, 2013b). Voyez si vous pouvez reconnaître certains d'entre eux.

1. Se désintéresser

Dans chaque classe, un certain nombre d'élèves n'ont pas du tout essayé de résoudre le problème. Au lieu de cela, ils ont passé leur temps à regarder leur téléphone portable, à parler avec d'autres élèves ou à ne rien faire du tout. En les interrogeant, on s'est rapidement rendu compte que ces élèves ne savaient pas ce qui se passait en classe ou s'en moquaient éperdument.

2. Gagner du temps

À l'instar des élèves qui se sont détournés de la tâche, ces élèves n'ont pas essayé de résoudre le problème. Cependant, contrairement aux élèves du premier groupe, ceux-ci ont occupé leur temps en adoptant des comportements en apparence légitimes, comme tailler un crayon, boire de l'eau, aller à la salle de bains ou fouiller sans cesse

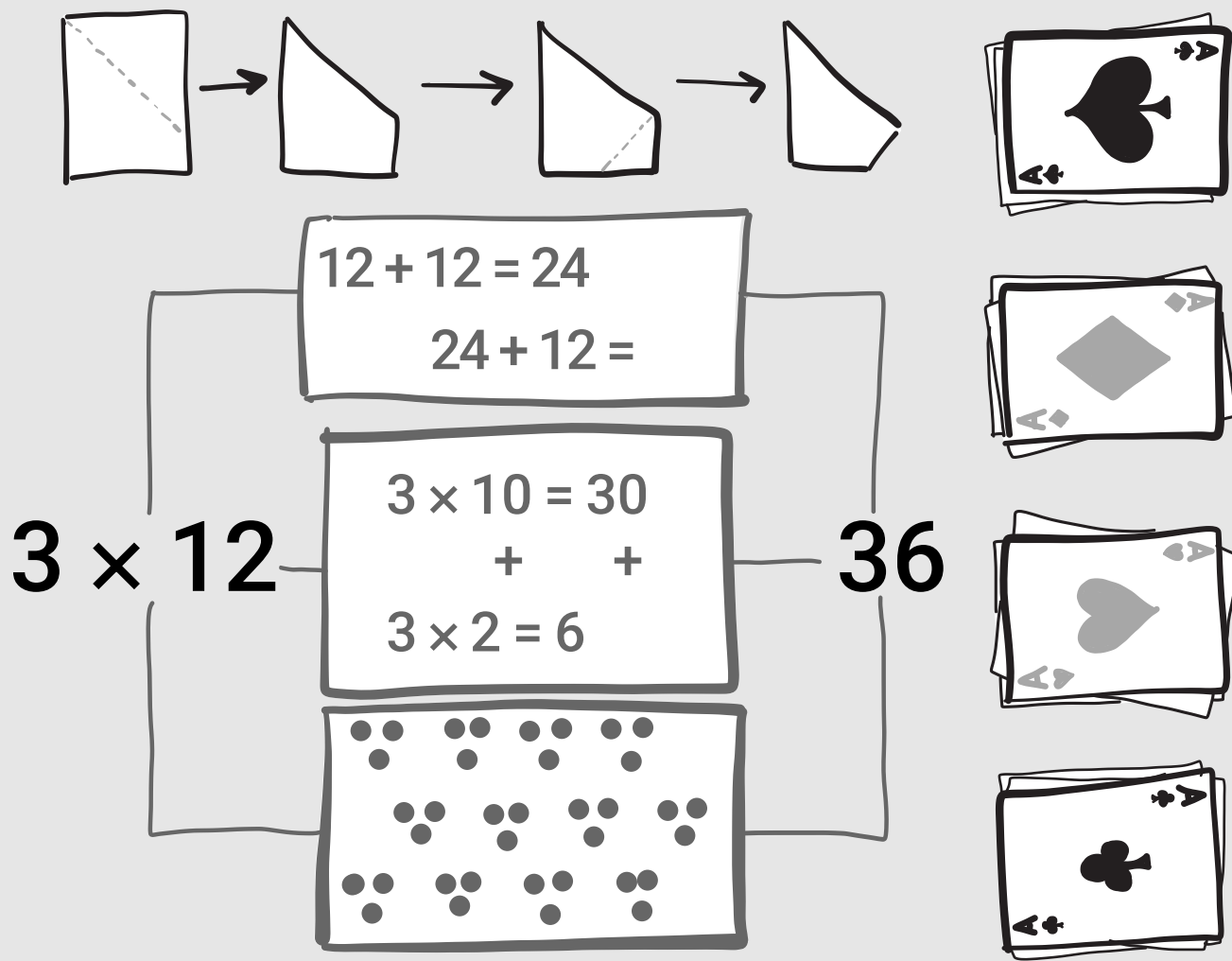
1. Pour une analyse approfondie de la psychologie qui sous-tend ces comportements chez les élèves, ainsi que d'autres, voir Allan (2017).



CHAPITRE I

QUELS SONT LES TYPES DE PROBLÈMES À PRÉCONISER DANS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE ?

.....



Si nous voulons que nos élèves réfléchissent, nous devons leur donner matière à réflexion... quelque chose qui ne leur demandera pas simplement de s'arrêter pour réfléchir, mais qui les encouragera activement à le faire. En mathématiques, c'est par les problèmes que nous suscitons cette réflexion. C'est pourquoi il est si important

Si nous voulons
que nos élèves
réfléchissent, nous
devons leur donner
matière à réflexion.

de choisir le bon type de problème. En effet, si le reste de cet ouvrage portera sur les éléments que nous pouvons intégrer à notre pratique pédagogique afin de mettre en place des classes collabo-réflexives, le présent chapitre se concentrera sur les problèmes autour desquels ces classes sont articulées. Au terme de ce chapitre, vous en saurez plus sur les différents types de problèmes que vous pourrez utiliser afin de mettre en place une classe collabo-réflexive. Vous saurez également où les trouver, lorsque vous ne créez pas les vôtres, tout simplement.



LA GRANDE QUESTION

Les problèmes sont inertes. Pour prendre vie, ils doivent trouver un public qui sera prêt à les résoudre. C'est pourquoi, quand je discute avec des enseignants au sujet du type de problèmes qui permettent de créer des classes collabo-réflexives, je ne m'attarde pas à la forme du problème, mais bien à ce qu'il fait, ou mène à faire. Le rôle d'un problème, c'est d'amener les élèves à réfléchir. Prenons comme exemple le problème suivant :

Quel nombre est plus grand, huit ou neuf ?

De prime abord, vous pourriez penser qu'il ne s'agit pas d'un très bon problème. Pour tout dire, si cette question était posée à des élèves de 14 ans, vous auriez parfaitement raison, puisque ce n'est pas le public auquel s'adresse ce problème. En revanche, si cette même question était posée à un enfant de quatre ans, il s'agirait d'un problème parfaitement valable. Les stratégies auxquelles cet enfant devrait faire appel pour trouver la réponse à cette question sont complexes et nuancées ; une réflexion approfondie sera donc nécessaire pour résoudre ce problème. Il ne s'agit donc pas de se demander si la question « quel nombre est plus grand » constitue un bon problème ou non, mais plutôt « à quoi ce problème sert-il ? » Il est très utile pour amener les élèves qui ont une compréhension encore émergente des concepts de cardinalité ou de valeur de position des nombres... à réfléchir.

Quand on parle des problèmes qui amènent les élèves à réfléchir, le meilleur point de départ est sans aucun doute la résolution de problèmes. De l'ouvrage fondateur de George Pólya *Comment poser et résoudre un problème* (1965) au Référentiel d'intervention en mathématique (Gouvernement du Québec, 2019), la littérature regorge d'arguments démontrant les avantages que procure la résolution de problèmes, pour les élèves en mathématiques. S'il subsiste un certain débat quant aux

Résoudre un
problème correspond
à ce que l'on fait
quand on ne sait pas
quoi faire.

processus exacts impliqués et aux compétences précises requises, tout le monde s'accorde à dire que la résolution de problèmes correspond à ce que l'on fait... quand on ne sait pas quoi faire. Pour le dire autrement, la résolution de problèmes ne se résume pas à l'application rigoureuse d'une procédure connue. Il ne s'agit pas non plus de la mise en œuvre d'un algorithme préalablement appris, pas plus qu'il ne s'agit de la simple exécution d'une formule. La résolution de problèmes est un processus complexe, non linéaire et particulier. Les élèves bloqueront sur certains problèmes. Puis,

en réfléchissant... ils trouveront la solution à leur problème. C'est à ce moment que l'apprentissage sera le plus grand : les élèves apprendront les mathématiques, bien sûr, mais ils apprendront aussi à se connaître. Plus que tout, ils apprendront à réfléchir.

Comme pour tous les bons problèmes permettant de mettre en place une classe collabo-réflexive, c'est l'effet qu'aura le problème qui fera en sorte qu'il est utile ou non. Autrement dit, c'est ce qu'il demandera aux élèves de faire pour le résoudre. Les bons problèmes sont ceux sur lesquels les élèves bloquent, mais qui les amènent ensuite à réfléchir, à expérimenter, à faire des essais et des erreurs, et, finalement, à mettre en pratique leurs connaissances de façon originale pour se sortir de cette impasse. Le problème des chats et des rats présenté dans l'introduction est un bon exemple de ce type de problème. La connaissance des fractions et des rapports est un prérequis, mais cette connaissance seule est loin d'être suffisante pour être en mesure de résoudre le problème. Or, aucune autre connaissance mathématique n'est requise. Pour résoudre ce problème (pour se sortir de l'impasse), il faut réfléchir au problème différemment de la manière dont on réfléchit généralement aux fractions équivalentes ou aux rapports. Il faut réaliser que si six chats tuent six rats en six minutes, alors soit six chats tuent un rat en une minute, soit un chat tue un rat en six minutes. La façon dont l'élève parviendra à cette réalisation est au cœur de la résolution de problèmes.

Les bons problèmes sont ceux sur lesquels les élèves bloquent, mais qui les amènent ensuite à réfléchir, à expérimenter, à faire des essais et des erreurs, et, finalement, à mettre en pratique leurs connaissances de façon originale pour se sortir de cette impasse.

On parle souvent de problèmes « non routiniers » pour décrire les exercices de résolution de problèmes, car ils demandent aux élèves de faire appel à leurs connaissances d'une manière qui ne leur est pas familière. Une fois que la routine s'est installée, les élèves procèdent davantage par imitation que par réflexion... ou, pour reprendre les mots de Lithner (2008), ils sont davantage dans l'imitation que dans la créativité. Les bons problèmes sont enrichissants, parce qu'ils demandent aux élèves de puiser dans une vaste gamme de connaissances mathématiques, avant de rassembler ces connaissances de différentes manières pour résoudre le problème. On parle aussi de problèmes riches parce que la résolution de ces problèmes demande de faire appel à un ensemble de notions mathématiques riche et varié. Au final, peu importe comment on les envisage ou comment on les désigne, ce qui fait en sorte qu'un problème est pertinent ne se retrouve pas nécessairement dans sa composition mais dans ce qu'il mène à faire. En l'occurrence, ils mènent les élèves à réfléchir.

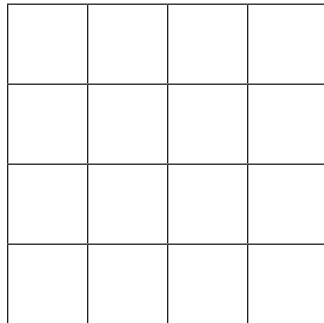
Quand j'ai commencé mes recherches sur la création d'une classe collabo-réflexive, j'ai surtout mis l'accent sur les problèmes à proposer aux élèves. Malgré ce que j'avais pu observer dans la classe de Jeanne, je restais persuadé que la meilleure façon d'amener les élèves à réfléchir était de leur donner des problèmes qui les motiveraient (voire qui les obligerait) à le faire. C'est pourquoi j'ai passé beaucoup de temps à chercher et à concevoir des problèmes qui permettraient d'atteindre cet objectif. Ces efforts ont débouché sur un ensemble de problèmes que j'ai initialement appelé des « problèmes réflexifs hautement engageants ». J'ai ensuite ajouté à cet ensemble de problèmes plusieurs *tours de cartes* mathématiques, avant de développer un type de problème que j'ai appelé « problèmes de numératie ».



Prenons un moment pour étudier chacun de ces types de problèmes :

I. **LES PROBLÈMES RÉFLEXIFS HAUTEMENT ENGAGEANTS** sont si motivants et si intéressants que les gens qui les résolvent ne peuvent s'empêcher de réfléchir. Ils ont un grand pouvoir d'attraction et peuvent être utilisés auprès d'élèves d'âges variés, certains pouvant être utilisés pour des élèves de 8 à 16 ans, voire au-delà. Dans un premier temps, je pensais que ces problèmes étaient une denrée rare... au point où j'ai longtemps douté de leur existence. Puis, j'en ai trouvé un. Et un autre. Et plusieurs autres, enfin. Je réalise maintenant que ces problèmes sont assez nombreux, pour peu que l'on sache où les chercher. En voici quatre exemples, catégorisés en fonction de l'âge des élèves auxquels ils s'adressent :

- **POUR LES ÉLÈVES DE 8 À 10 ANS** : Combien de carrés y a-t-il dans l'image suivante ?



- **POUR LES ÉLÈVES DE 10 À 12 ANS** : J'ai acheté un jeu vidéo pour 10 \$. Je l'ai ensuite revendu pour 20 \$. Je l'ai racheté pour 30 \$. Finalement, je l'ai revendu pour 40 \$. Combien d'argent est-ce que j'ai gagné ou perdu, à la fin ?
- **POUR LES ÉLÈVES DE 12 À 14 ANS** : J'utilise un sablier de quatre minutes et un sablier de sept minutes pour calculer le temps de cuisson de mes œufs. C'est le type de sablier que l'on retourne pour faire couler le sable. Est-ce que je peux utiliser ces sabliers pour faire cuire un œuf pendant exactement neuf minutes ? Si oui, combien de temps une personne devra-t-elle attendre pour avoir son œuf ?
- **POUR LES ÉLÈVES DE 14 À 16 ANS** : Une femme excentrique a réservé trois chambres adjacentes dans un même hôtel. Au moment de l'enregistrement, elle dit au réceptionniste que si on la cherche, elle sera toujours dans la chambre voisine de celle qu'elle occupait la nuit précédente. Le réceptionniste acquiesce sans trop y penser jusqu'à ce qu'il réalise, une heure plus tard, que la carte de crédit de la dame a été refusée et qu'il doit maintenant aller la chercher. Le problème, c'est qu'il est très occupé et qu'il n'a le temps d'aller frapper qu'à une seule porte par jour. De combien de jours aura-t-il besoin pour être certain de retrouver la cliente ? De combien de jours aurait-il besoin pour la trouver si elle avait réservé quatre chambres ? Cinq chambres ? Si elle avait réservé 17 chambres pour 30 jours, pourrait-il la retrouver avant qu'elle ne parte ?

Je vais partager d'autres exemples de ce type de problèmes réflexifs hautement engageants tout au long de ce livre, à partir de la fin du chapitre 3.

2. **LES TOURS DE CARTES** ont les mêmes qualités que les problèmes réflexifs hautement engageants. Ce sont des problèmes très stimulants qui intéressent les élèves et qui les incitent à réfléchir. Il se trouve qu'il existe de nombreux tours de cartes qui s'appuient sur les mathématiques et qui peuvent être expliqués par celles-ci. C'est à ces tours que je me suis intéressé. Les tours de cartes qui reposaient avant tout sur des tours de passe-passe, eux, ne m'intéressaient guère. Je voulais que les élèves se passionnent pour la magie des mathématiques, pas pour la magie que je pouvais faire avec mes dix doigts¹!
3. **LES PROBLÈMES DE NUMÉRATIE** sont non seulement basés sur la réalité, mais ils s'appuient avant tout sur la réalité propre à la vie des élèves. Des téléphones portables à l'industrie du divertissement en passant par le sport, ce type de problème est conçu spécifiquement pour encourager les élèves à se plonger dans des tâches complexes qui les amènent à composer avec l'ambiguïté qui caractérise les expériences de la vie quotidienne. En voici un exemple.

UNE CAMPAGNE DE FINANCEMENT POUR UN VOYAGE DE SKI

Le club de ski part enfin à la montagne. Tous les membres ont fait de leur mieux pour récolter de l'argent pour ce voyage. Le tableau suivant indique la somme récoltée par chaque personne, ainsi que ses frais, qui varient en fonction de l'équipement à louer ou des cours choisis. Tout l'argent recueilli devra être utilisé pour couvrir les coûts du voyage, et chaque personne devra prendre part au voyage, même si cela implique qu'elle doive y mettre de l'argent de sa poche. Les membres ont-ils recueilli suffisamment d'argent? Si ce n'est pas le cas, qui doit payer et combien?

Nom	Montant recueilli	Coût des locations	Billet pour les remontées	Coût des cours
Alex	75	20	40	40
Juliette	125	10	40	40
Flavie	50	30	40	0
Kevin	10	40	40	40
Clara	25	0	40	0
Rebecca	10	0	40	40
Romain	38	30	40	0
Steve	22	40	40	40
Sonia	200	20	40	0
Marie	60	25	40	0

Problèmes

accessibles :

Ces problèmes ont un point d'entrée accessible permettant à tous les élèves de le commencer, ce qui leur permet de participer dans les limites de leur niveau de confort.

Problèmes à potentiel élevé :

Ces problèmes présentent des ambiguïtés ou des possibilités d'approfondissement qui permettent aux élèves d'évoluer en suivant leur complexité progressive.

Problèmes ouverts :

Ces problèmes adoptent une structure dans laquelle il n'y a qu'une seule réponse finale correcte, mais où il est possible de parvenir à cette solution en adoptant plusieurs approches différentes.

Ces trois types de problèmes proposent des scénarios stimulants qui intéressent les élèves et les incitent à réfléchir. C'est pourquoi ils sont utiles pour créer des classes

1. **Note de l'adaptation :** Voir des exemples de ce type de tour de cartes sur le site Web de l'auteur (en anglais seulement) : www.peteriljedahl.com/teachers/card-tricks.

2. **Note de l'adaptation :** D'autres problèmes de ce genre sont disponibles sur le site Web de l'auteur (en anglais seulement) : www.peteriljedahl.com/teachers/numeracy-tasks.

collabo-réflexives. Outre le contexte, tous ces problèmes ont des points d'entrée accessibles et une complexité progressive (potentiel élevé), en plus d'inciter les élèves à échanger et à collaborer.

Alors que l'ambiguïté propre aux problèmes de numératie les rend véritablement ouverts (certains problèmes peuvent avoir jusqu'à 200 solutions viables et défendables), les problèmes réflexifs hautement engageants et les tours de cartes n'ont en règle générale qu'une seule et unique réponse finale. Il est cependant possible d'adopter plusieurs approches pour parvenir à cette réponse unique, c'est pourquoi on parle d'une structure ouverte.



LE PROBLÈME

En plus d'être enrichissants, stimulants et incitatifs pour les élèves, les problèmes évoqués précédemment possèdent une autre caractéristique commune: il s'agit, pour l'essentiel, de problèmes qui dépassent le strict cadre du programme d'études. Autrement dit, la plupart de ces problèmes ne font pas appel à des méthodes ou à des façons de faire qui s'intègrent parfaitement dans la liste des compétences ou des concepts typiquement associées au programme d'études. Prenons, par exemple, la différence entre deux problèmes qui peuvent être utilisés avec des élèves de 13 et 14 ans: le jeu de cartes «Vrai ou faux» est un problème qui demande aux élèves de travailler sur la somme des nombres naturels et des fractions (*voir l'encadré ci-dessous*). Ce problème revêt un caractère mathématique évident: pour le résoudre, les élèves doivent se concentrer sur la position de la carte cible et tenir compte du nombre de lettres dans certains mots. Or, vous ne retrouverez aucune de ces stratégies dans les objectifs du programme d'études des élèves de 13 et 14 ans. En revanche, les élèves à qui l'on demande d'additionner deux fractions ayant des dénominateurs différents doivent comprendre que pour résoudre ce problème, il faut trouver le plus petit dénominateur commun, additionner des fractions et, éventuellement, être en mesure de réduire une fraction. Tous ces éléments se retrouvent dans la plupart des programmes d'études des élèves de 13 et 14 ans. Ainsi, bien que ces deux problèmes revêtent un même caractère mathématique, on peut dire que le tour de cartes «Vrai ou faux» dépasse le programme d'études, alors que la question sur l'addition de fraction s'y conforme parfaitement.

Problème dépassant le programme d'études:

Un problème dont la nature est fondamentalement mathématique, mais qui ne s'inscrit pas dans la lignée des concepts ou des normes prescrites par le programme d'études, pour le niveau scolaire dans lequel il est utilisé.

LE JEU DE CARTES «VRAI OU FAUX³»

Pour que le jeu fonctionne en français, il est important de retirer tous les jokers et les as du jeu de cartes avant de commencer.

Marche à suivre :

- Disposez 3 paquets de 3 cartes sur la table. Demandez à l'élève de choisir un paquet au hasard et de regarder, sans vous la montrer, la carte du dessous qui deviendra la carte cible.
- Remplacez les 3 paquets l'un par-dessus l'autre en plaçant le paquet contenant la carte cible sur le dessus. La carte cible est donc la 3^e du paquet à partir du haut.

3. **Note de l'adaptation :** Pour regarder la vidéo originale du jeu «True or False», suivez ce lien : www.peterliljedahl.com/teachers/card-tricks (en anglais seulement).

- Demandez à l'élève de dire le nombre ou la figure de sa carte en précisant qu'il peut vous dire la vérité ou non.
- Épelez le nombre ou la figure nommée en plaçant sur la table une carte pour chacune des lettres que forme ce nombre ou cette figure en commençant par la carte du dessus de votre paquet.

D-E-U-X: 4 cartes	H-U-I-T: 4 cartes
T-R-O-I-S: 5 cartes	N-E-U-F: 4 cartes
Q-U-A-T-R-E: 6 cartes	D-I-X: 3 cartes
C-I-N-Q: 4 cartes	V-A-L-E-T: 5 cartes
S-I-X: 3 cartes	D-A-M-E: 4 cartes ou R-E-I-N-E: 5 cartes
S-E-P-T: 4 cartes	R-O-I: 3 cartes
- Remplacez les cartes restantes au-dessus de cette pile. La carte cible se trouve maintenant la 3^e avant-dernière en dessous du paquet, car chacun des mots compte plus de 3 lettres, donc plus de 3 cartes.
- Puisque la carte cible est une carte « de » quelque chose, épelez D-E en plaçant les deux cartes du dessus une par-dessus l'autre sur la table.
- Placez le reste du paquet par-dessus. La carte cible se trouve donc maintenant la 5^e avant-dernière en dessous du paquet.
- Demandez à l'élève de dire la couleur de la carte, soit cœur, carreau, pique ou trèfle, en mentionnant qu'il peut dire la vérité ou non.
- Épelez C-O-E-U-R, C-A-R-R-E-A-U, T-R-È-F-L-E ou P-I-Q-U-E, en plaçant l'une par-dessus l'autre les cartes du dessus du paquet sur la table, une carte pour chaque lettre du mot.
- Placez les cartes restantes sur le dessus du paquet. La carte cible se trouve maintenant la 5^e avant-dernière en dessous du paquet, car chacun des mots compte plus de 5 lettres.
- Demandez à l'élève si ce qui a été dit est vrai ou faux. Épelez V-R-A-I ou F-A-U-X en plaçant l'une par-dessus l'autre les cartes du dessus du paquet sur la table, une carte pour chaque lettre du mot.
- Montrez ensuite la carte suivante, soit la 5^e. Il s'agit de la carte cible de l'élève.

Même si certains problèmes riches s'intègrent bien dans le programme d'études que vous enseignez, ils correspondront seulement aux attentes du programme si les élèves les résolvent en utilisant les notions et les habiletés associées à ce programme. C'est le propre des problèmes ouverts, qui invitent les élèves à réfléchir de façon autonome. Lorsque les élèves commencent à réfléchir de cette façon, toutes sortes de choses imprévisibles peuvent se produire. Si vous cherchez uniquement à faire réfléchir les élèves, ce n'est pas une difficulté en soi. En revanche, si vous souhaitez par exemple utiliser un problème stimulant pour amener les élèves à réfléchir à la division des fractions, cela pourrait s'avérer difficile. Sur un groupe de 30 élèves, seuls quelques-uns choisiront une solution qui suit les grandes lignes du programme d'études que vous espériez aborder au moyen de ce problème. Les autres pourront choisir d'utiliser des soustractions ou des additions répétées, ou une forme de logique qui ne nécessite pas du tout de réfléchir aux

fractions. Selon le niveau scolaire dans lequel vous enseignez, ces pistes de solution pourraient aborder certains éléments de votre programme, même si elles ne correspondent pas à vos attentes. Le plus souvent, cependant, ce ne sera pas le cas.

En réaction à cette situation, nous pouvons essayer de forcer une correspondance plus prévisible avec le programme d'études en utilisant des problèmes plus contraignants. Ce faisant, nous réduisons ce qui était autrefois un problème riche et stimulant au type de mise en situation que l'on retrouve souvent dans les manuels scolaires de mathématiques.

Camille se rend à l'épicerie pour acheter des œufs, du lait et du fromage. Les œufs, le lait et le fromage coûtent respectivement 3,50 \$, 2,00 \$ et 4,00 \$. De combien d'argent Camille a-t-elle besoin ?

Une fois que la mise en situation est décodée, le problème mathématique qu'il faut résoudre est souvent insignifiant, procédural et semblable à ce qui a été enseigné au cours de la journée. Ce n'est pas le cas des problèmes riches.

Les mises en situation, comme les problèmes riches, poussent l'élève à décoder ce qu'on lui demande de faire. Par contre, une fois que la mise en situation est décodée, le problème mathématique qu'il faut résoudre est souvent insignifiant, procédural et semblable à ce qui a été enseigné au cours de la journée. Ce n'est pas le cas des problèmes riches. Dans ce type de problèmes, une fois que le langage a été décodé, les mathématiques nécessaires pour résoudre le problème ne sont ni simples ni procédurales. Fondamentalement, dans les problèmes riches, le vrai problème réside dans les mathématiques, alors que dans les mises en situation, le problème réside dans les mots... c'est peut-être pour ça qu'on les désigne souvent par le terme « problèmes écrits ».

Alors que les problèmes riches poussent les élèves à la réflexion, au détriment des concepts du programme, les mises en situation les amènent, de manière plus prévisible et plus systématique, à utiliser des notions précises déjà apprises, ce qui se fait souvent au détriment de l'engagement et de la réflexion que nous devons susciter chez eux. Alors, comment sortir de cette impasse ?



VERS UNE CLASSE COLLABO-RÉFLEXIVE

L'une des façons d'aller de l'avant, bien qu'elle puisse sembler irréaliste, est de cesser de se préoccuper du programme d'études. C'est exactement ce à quoi ont abouti mes premiers efforts pour créer des classes collabo-réflexives. Plutôt que de me soucier du programme d'études, je me préoccupais uniquement d'amener les élèves à réfléchir. Pour autant, cela ne veut pas dire que j'étais naïf par rapport à la réalité des enseignants et à la nature omniprésente et tenace des programmes d'études. Simplement, j'avais besoin de commencer quelque part. Avant de me demander comment amener les élèves à réfléchir au contenu des programmes, je devais amener les élèves à réfléchir, tout simplement.

À mon grand étonnement, cela s'est avéré extrêmement facile. Une fois débarrassés du fardeau du programme d'études, j'ai réalisé que nous disposions d'un grand nombre de ressources efficaces pour inciter les élèves à réfléchir. Des problèmes du jour aux énigmes, Internet regorge de ressources intéressantes et stimulantes. On pourrait soutenir que certaines d'entre elles répondent aux exigences du programme d'études, mais, encore une fois, ce n'est le cas que pour les élèves qui suivent une piste de solution donnée.

Il s'avère que les élèves veulent non seulement réfléchir, mais aussi approfondir leur réflexion. Mes premiers efforts pour créer des classes collaboratives en utilisant des problèmes réflexifs hautement engageants, des tours de cartes et des problèmes de numération, conjugués à mon attitude plutôt cavalière à l'égard du programme d'études, ont été couronnés d'un immense succès. Au point où je pouvais donner à un enseignant une série de trois problèmes et, sans apporter quelque autre changement que ce soit, augmenter considérablement le nombre d'élèves qui réfléchissaient dans sa classe et le nombre de minutes consacrées à la réflexion. Pour couronner le tout, les élèves développaient un intérêt nouveau pour les mathématiques et attendaient avec impatience le prochain problème. On pouvait en outre noter une amélioration de leur confiance en eux et de leur efficacité, alors qu'ils devenaient de meilleurs penseurs en matière de mathématiques.

Il s'avère que les élèves veulent non seulement réfléchir, mais aussi approfondir leur réflexion.

Le défi consistait à maintenir l'effet positif et l'enthousiasme ainsi créés, tout en portant à nouveau notre attention sur le contenu du programme d'études. Pour ce faire, je devais suivre un fil conducteur, en ne perdant pas de vue que la résolution de problèmes est ce que nous faisons lorsque nous ne savons pas quoi faire. Les problèmes du programme d'études vont généralement à l'encontre de ce principe: ils correspondent le plus souvent à ce que les élèves font lorsqu'ils savent exactement ce qu'il faut faire... une fois qu'on leur a montré comment le faire. Quand on demande à un élève de 15 ou 16 ans de factoriser $x^2 - 5x - 14$ ou à un élève de 10 ou 11 ans de résoudre $3,1 + 5,2$ après lui avoir montré comment faire, on le pousse à agir par imitation, et non à réfléchir. Les observations que j'ai pu faire dans les 40 premières classes que j'ai visitées ont révélé que c'était pourtant exactement ainsi qu'on utilisait le plus souvent les problèmes prévus dans le programme d'études (voir la figure 1.1).

Quand on demande à un élève de 15 ou 16 ans de factoriser $x^2 - 5x - 14$ ou à un élève de 10 ou 11 ans de résoudre $3,1 + 5,2$ après lui avoir montré comment faire, on le pousse à agir par imitation, et non à réfléchir.

Figure 1.1 Des élèves d'une classe du primaire participent à un problème réflexif.



Un élève qui réfléchit
est un élève engagé !

Proposer des cours de mathématiques qui stimulent la réflexion profonde et dépassent la simple mémorisation et les calculs répétitifs peut s'avérer un défi complexe. À partir de ses observations dans les classes, Peter Liljedahl a synthétisé 15 années de recherche pour créer un guide pratique visant à mettre en place un enseignement résolument centré sur la réflexion.

Cet ouvrage est une ressource précieuse pour le personnel enseignant du préscolaire au secondaire désireux de développer 14 pratiques pédagogiques pour optimiser l'apprentissage des mathématiques. Il aborde chaque aspect de la création d'une classe collabo-réflexive, allant de la disposition du mobilier à l'évaluation, et offre des stratégies concrètes, simples et efficaces pour stimuler l'engagement des élèves et améliorer la qualité de l'enseignement.

Cet ouvrage inspirant et novateur présente :

- Une exploration détaillée du *quoi*, du *pourquoi* et du *comment* de chaque pratique ;
- Des réponses aux questions fréquemment posées par le personnel enseignant ;
- Des résumés des grands et petits pas à favoriser ;
- Une variété de conseils et de problèmes réflexifs pour mettre en place les différentes pratiques ;
- Et bien plus encore !

Une fois combinées, les pratiques de cet ouvrage ont le pouvoir de métamorphoser les classes en des lieux où l'apprentissage des mathématiques devient une aventure sans précédent. Préparez-vous à redéfinir la manière d'enseigner les mathématiques et à inspirer la prochaine génération d'élèves.

Peter Liljedahl est professeur en enseignement des mathématiques à l'Université Simon Fraser de Vancouver. Il est président du Groupe d'étude canadien sur l'enseignement des mathématiques, rédacteur en chef de l'*International Journal of Science and Mathematics Education*, membre du comité de rédaction de cinq grandes revues internationales et membre du comité de recherche du *National Council of Teachers of Mathematics*. Ancien professeur de mathématiques au secondaire, il donne des conférences aux quatre coins du monde sur la création de classes collabo-réflexives. À ce titre, il a reçu le prix Cmolik pour l'amélioration de l'éducation publique et le prix Margaret Sinclair Memorial, du Fields Institute, pour l'innovation et l'excellence en matière d'enseignement des mathématiques.

Frédéric Ouellet détient un baccalauréat en enseignement secondaire en mathématique et géographie de l'Université du Québec à Rimouski. Il œuvre en enseignement des mathématiques depuis plus de 20 ans, ayant été successivement enseignant et conseiller pédagogique en mathématiques, en sciences et en numérique. Depuis 2017, il fait partie du conseil d'administration du Groupe des responsables en mathématique au secondaire (GRMS). Il donne des formations en tant que consultant en mathématiques et en pédagogie numérique.