

SCIENCES ET MATHÉMATIQUES

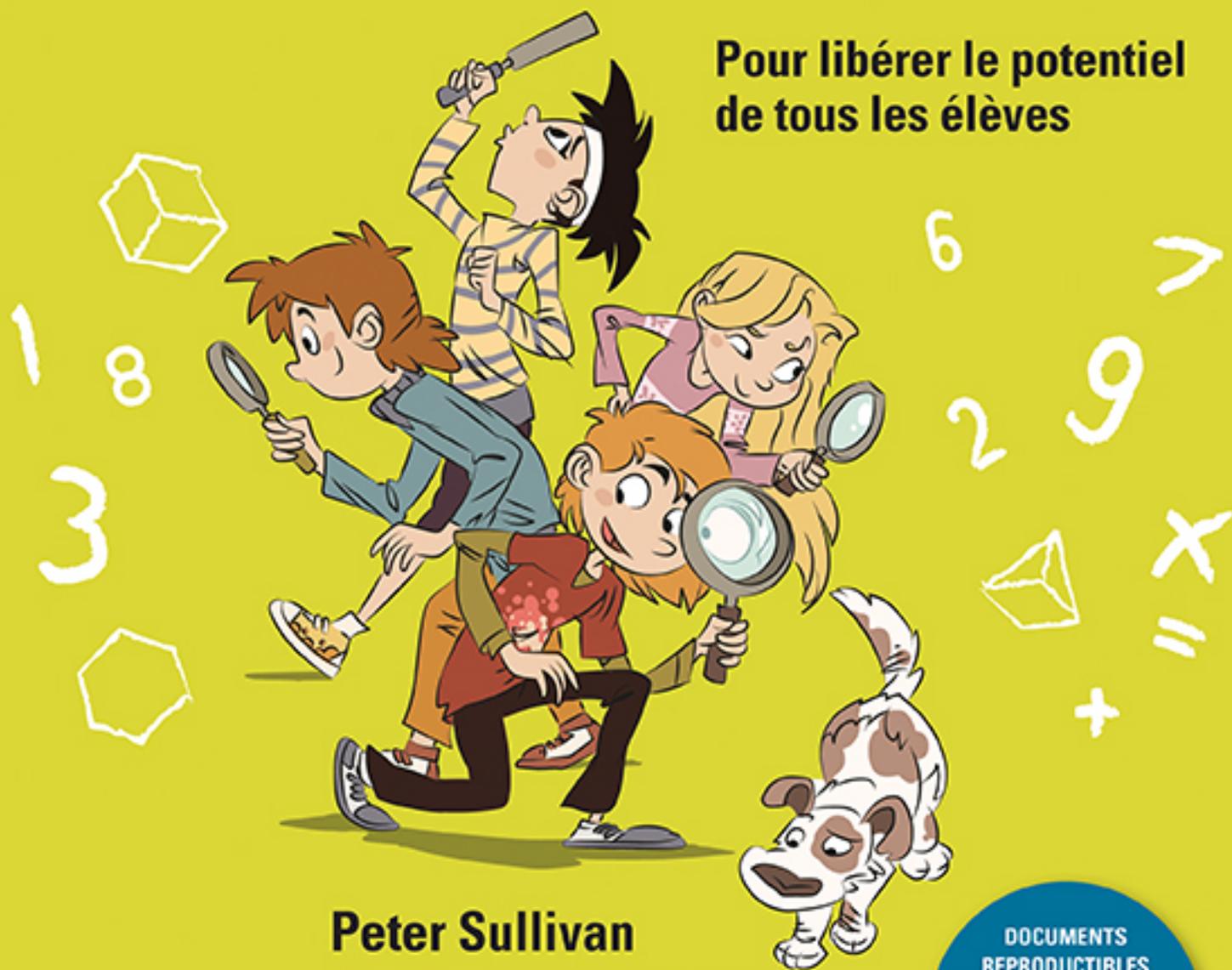
DIDACTIQUE

6 à 12 ans

75 défis

de raisonnement mathématique

Pour libérer le potentiel
de tous les élèves



Peter Sullivan

Adaptation: **Nathalie Bisailon**

DOCUMENTS
REPRODUCTIBLES
INCLUS DANS L'OUVRAGE
ET OFFERTS SUR
LA PLATEFORME

 Interactif

CHENELIÈRE
ÉDUCATION

Le présent ouvrage est le complément de l'ouvrage *Activités ouvertes en mathématiques : 600 « bonnes » questions pour développer la compréhension en mathématiques* (Sullivan et Lilburn, 2010). Cependant, ce livre se distingue de diverses manières. Premièrement, il soutient que l'apprentissage est amélioré lorsque les élèves travaillent à partir de problèmes dont ils ne connaissent pas la solution. Deuxièmement, il propose que l'utilisation de ces problèmes soit soutenue par une structure pédagogique particulière.

Le raisonnement soutenant les défis

Cet ouvrage mise sur les défis. Ces derniers sont conçus dans l'hypothèse où les élèves travailleront sur les tâches d'apprentissage avant que l'enseignant ne leur ait expliqué comment les accomplir. La raison de cette approche relative à la planification et à l'enseignement est qu'il faut de la concentration et des efforts sur une longue période pour créer des liens entre les concepts, comprendre la cohérence des idées mathématiques et pouvoir transférer l'apprentissage à des contextes pratiques et à de nouveaux sujets.

À cette fin, les élèves ont besoin d'encouragement pour persévérer, ce qui implique qu'ils se concentrent, s'appliquent, croient pouvoir réussir et s'efforcent d'apprendre. Les défis proposés sont susceptibles de favoriser de tels comportements dans la mesure où ils offrent aux élèves la possibilité d'une réflexion soutenue, d'une prise de décision rationnelle et d'une prise de risque modérée.

En quoi les défis sont-ils importants dans l'apprentissage des mathématiques ?

D'un côté, le programme de mathématiques peut être une suite linéaire de concepts que les élèves apprennent en suivant des micro-étapes soigneusement séquencées et bien étayées. D'un autre côté, le programme d'enseignement peut être un réseau d'idées interconnectées où les élèves peuvent s'engager dans des expériences exigeantes qui nécessitent une certaine prise de risque. Pour construire ces réseaux d'idées, il est nécessaire de traiter simultanément différents concepts, en comparant et en contrastant des idées et en envisageant leur utilisation dans différents contextes.

L'apprentissage est robuste si les élèves relient leurs idées entre elles et choisissent leurs propres stratégies pour résoudre les problèmes, plutôt que de suivre les instructions qui leur ont été données. La mise en relation des idées et la formulation de leurs propres stratégies sont des activités plus complexes que celles proposées dans d'autres approches, et donc plus exigeantes.

L'idée est essentiellement que les enseignants posent des problèmes que les élèves ne savent pas encore résoudre et les accompagnent dans la recherche de solutions. C'est l'essence de la recherche.

À quoi ressemblent les défis ?

Les défis présentés dans cet ouvrage ont pour but de donner aux élèves la possibilité de découvrir eux-mêmes les mathématiques. En général, les défis exigent des élèves qu'ils :

- planifient leurs actions, en particulier les séquences comportant plus d'une étape ;

- traitent plusieurs éléments d'information en espérant qu'ils établissent des liens entre ces éléments et voient les concepts sous de nouveaux angles;
- choisissent leurs propres stratégies, objectifs et niveau d'accès au défi;
- consacrent du temps au défi et consignent leurs réflexions.

Finalement, pour chaque défi, on s'attend à ce que les élèves :

- notent les étapes dans leurs solutions;
- expliquent leurs stratégies;
- justifient leurs raisonnements auprès de l'enseignant et des autres élèves;
- s'écoutent attentivement entre eux.

Les enseignants peuvent présenter ces attentes comme des méthodes de travail. Dans cet ouvrage, les suggestions abordent de grands concepts mathématiques appropriés selon le degré de développement. On peut raisonnablement s'attendre à ce que les élèves s'engagent avec un minimum de consignes. Il vaut la peine de laisser le temps nécessaire aux élèves de se plonger dans les défis et les concepts.

Pourquoi la persévérance est-elle importante ?

Les grands concepts mathématiques sont complexes et leur compréhension exige une réflexion soutenue. Relever un défi donne de la satisfaction aux élèves et cette satisfaction améliore leur estime de soi.

Il est important que les enseignants expliquent aux élèves les avantages de la persévérance et en soulignent les signes lorsqu'ils les perçoivent.

Il existe trois actions clés pour les enseignants :

1. Insister sur les comportements positifs tels que l'effort, la persévérance, la coopération, l'apprentissage des autres et une pensée flexible.
2. Réfléchir à des moyens de souligner ces comportements, par exemple: «Tu n'as pas abandonné même si tu étais bloqué; tu as essayé quelque chose de différent; tu as essayé de trouver plus d'une réponse».
3. Proposer aux élèves des défis exigeants pour leur permettre d'apprendre à persévérer.

Les défis

Les défis incluent les éléments suivants.

La tâche d'apprentissage

La tâche d'apprentissage est d'abord proposée aux élèves (à moins qu'il n'y ait une tâche d'introduction, voir la section «L'introduction» ci-après). Présentez le problème au tableau ou projetez-le grâce à la fiche reproductible correspondante (*voir la section «Les fiches reproductibles», à la page 5*). Si du matériel physique est nécessaire, assurez-vous qu'il est prêt avant. En effet, les élèves doivent aborder les défis avant que l'enseignant présente la matière.

Les intentions pédagogiques

Cette section explique les objectifs mathématiques du défi proposé. Elle comprend aussi des suggestions sur la communication des intentions pédagogiques aux élèves.

Le vocabulaire mathématique clé

Cette section présente les préalables et la nouvelle terminologie dont les élèves ont besoin pour effectuer le défi.

L'introduction

Dans certains défis, une activité d'introduction permet de vérifier si les élèves sont familiarisés avec le vocabulaire et les représentations de la tâche d'apprentissage.

Les considérations pédagogiques

Dans la plupart des cas, la présentation des défis ne devrait nécessiter qu'un minimum d'explications. Cette section énumère tous les aspects des défis qu'il importe de clarifier.

En général, les enseignants peuvent adapter les nombres utilisés dans les défis pour s'assurer que le niveau de difficulté est adapté aux élèves.

Le coup de pouce

Il s'agit d'activités destinées aux élèves qui n'ont pas pu progresser dans la tâche d'apprentissage. On leur demande d'accomplir le scénario facile, puis de retourner à la tâche d'apprentissage. Pour ce faire, on modifie des aspects de la tâche d'apprentissage, tels que le type de représentation, la grandeur des nombres ou le nombre d'étapes.

L'enrichissement

Ces activités sont destinées aux élèves qui terminent rapidement la tâche d'apprentissage. Ils peuvent ainsi approfondir leur réflexion sur un aspect de cette tâche, en étant invités, par exemple, à développer leur capacité de généralisation ou d'abstraction des concepts présentés.

Les tâches supplémentaires

Après avoir travaillé sur la tâche d'apprentissage et avoir écouté les stratégies efficaces trouvées par leurs camarades, les élèves peuvent s'attaquer de manière productive aux tâches supplémentaires. L'objectif est d'amener les élèves à développer leur compréhension au fil du déroulement du défi. Il n'est pas essentiel que tous les élèves réussissent la tâche supplémentaire, mais il est souhaitable qu'ils la terminent.

Les solutions possibles de la tâche d'apprentissage

Cette section propose certaines réponses et stratégies que les élèves pourraient présenter. Il est important d'essayer de préparer plusieurs solutions quand on demande aux élèves de présenter leurs réflexions. Ce faisant, les enseignants s'assurent de présenter une gamme de stratégies clés et peuvent faire des liens entre les différentes stratégies des élèves de manière productive.

Les tâches

Il est souhaitable que les enseignants adoptent l'approche suivante divisée en trois phases pour chaque tâche du défi. On peut recourir à ces trois phases plusieurs fois au cours d'un même défi.

La présentation de la tâche d'apprentissage

- Demandez aux élèves de lire la tâche d'apprentissage en silence, en leur laissant le temps de réfléchir à la question. Une fois que le groupe a commencé à travailler, faites un suivi auprès des élèves qui ont de la difficulté à lire pour les aider à comprendre.
- Invitez les élèves à poser des questions pour vous assurer que la tâche est claire, mais ne leur montrez pas comment faire. Par exemple, expliquez la structure de la fiche reproductible ou clarifiez le vocabulaire mathématique utilisé dans le défi.
- Donnez les consignes pour accomplir le travail demandé. Bien que le temps de travail varie d'une tâche à l'autre, laissez les élèves travailler individuellement pendant au moins cinq minutes avant de les faire travailler en équipe de deux ou plus. Cela permet de donner à chacun le temps de réfléchir.
- Informez les élèves lorsqu'il y a plus d'une réponse possible pour la tâche.

Pendant que les élèves travaillent

- Soyez prêt à permettre un certain niveau de confusion. Si la majorité des élèves semblent bloqués, amorcez une discussion en grand groupe sur ce qu'ils ont trouvé jusqu'à présent ou sur la façon dont ils abordent la tâche d'apprentissage.
- Donnez les exercices coups de pouce aux élèves en difficulté et les exercices d'enrichissement aux élèves qui ont terminé la tâche d'apprentissage rapidement.
- Observez ce que font les élèves et sélectionnez-en quelques-uns qui adoptent différentes approches pour les inviter à expliquer leur réflexion plus tard.

La révision des stratégies des élèves

- Utilisez les solutions, les idées et les stratégies des élèves pour faire ressortir les concepts mathématiques importants du défi.
- Demandez aux élèves sélectionnés d'expliquer à la classe leur stratégie. Ils auront peut-être besoin d'aide au début, mais ils s'amélioreront rapidement avec le temps.
- Fournissez aux élèves des ressources attrayantes qui leur permettront de présenter leurs travaux à la classe, telles que le tableau numérique interactif (TNI) ou une tablette.
- Invitez les élèves à poser des questions aux autres élèves, demandez-leur de confirmer leurs stratégies et de comparer leurs méthodes.
- Demandez aux élèves de décrire les stratégies réussies par d'autres élèves.
- Reliez les stratégies des élèves aux processus formels des intentions pédagogiques du défi (Smith et Stein, 2011).

Les fiches reproductibles

Toutes les fiches reproductibles sont accessibles sur la plateforme *i+ Interactif*. Les enseignants y trouveront :

- les fiches «Tâche d'apprentissage» qui proposent la version reproductible de toutes les tâches d'apprentissage des défis de l'ouvrage ;
- les fiches complémentaires qui viennent appuyer certaines des autres tâches des défis.

Les fiches complémentaires les plus importantes sont également disponibles à la fin de l'ouvrage (*voir la liste de toutes les fiches et de l'endroit où les trouver à la page VII*). Il incombe aux enseignants de créer leurs propres consignes et feuilles de travail pour les tâches ne proposant pas de fiches reproductibles.

Signification des symboles vus dans l'ouvrage :

- ➡ : renvoie à une fiche située à la fin de l'ouvrage ;
-  : renvoie à une fiche située sur la plateforme *i+ Interactif* seulement.

➡

Nom: _____ Date: _____

Fiche 3.11 **Représenter des fractions**

1. Si ce dessin représente $1\frac{1}{7}$ dessine ce qui ferait 2.



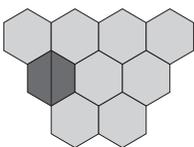
2. Si ce dessin représente $1\frac{1}{3}$ dessine ce qui ferait $2\frac{1}{3}$.



3. Si ce dessin représente $2\frac{1}{3}$ dessine ce qui ferait $1\frac{1}{2}$.



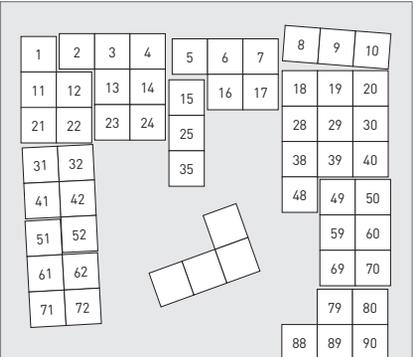
4. Si ce dessin représente $2\frac{1}{4}$ dessine ce qui ferait $\frac{3}{8}$.



DÉFI 31 Reproduction autorisée © TC Média Livres Inc. 167

 **Fiche TA.1** **Tâche d'apprentissage du Défi 1**

Nom: _____ Date: _____



Je sais qu'un des nombres sur la pièce en forme de L est 65.
Quels pourraient être les autres nombres sur la pièce en forme de L?
Donne autant de réponses que tu peux.

DÉFI 1 Reproduction autorisée © TC Média Livres Inc.

La pensée additive

L'addition et la soustraction continuent d'être des éléments centraux de l'enseignement des mathématiques au primaire. Cependant, au cours des dernières années, l'orientation a changé, passant de l'apprentissage d'algorithmes écrits, avec papier et crayon, et de l'analyse d'erreurs à la construction, aux connaissances et aux stratégies intuitives. Dans cet ouvrage, nous ne mettons pas l'accent uniquement sur l'exploration de différentes manières de résoudre les problèmes d'addition et de soustraction; nous insistons aussi sur la prise de conscience des élèves de leur capacité à trouver des moyens pour résoudre les problèmes par eux-mêmes.

Les élèves doivent créer ou visualiser des modèles du problème et utiliser une représentation mentale des relations entre les nombres pour concevoir leurs propres façons de résoudre ce problème. Les enseignants doivent fournir aux élèves des problèmes et des expériences qui leur offrent la possibilité de passer à la phase suivante de leur apprentissage, en leur apportant le niveau de soutien approprié, par exemple en procédant de la manière suivante :

- Permettre aux élèves de créer leurs propres méthodes pour résoudre les problèmes. Ils dépassent ainsi le simple apprentissage d'une méthode et acquièrent une meilleure compréhension conceptuelle des processus d'addition et de soustraction.
- S'assurer qu'il existe des liens clairs entre le problème, sa représentation concrète ou imagée et les symboles et les mots utilisés. Encore une fois, cela encourage les élèves à rechercher des liens, au lieu d'apprendre des séquences figées pour trouver la réponse.

Le tableau de la page suivante présente les descriptions du contenu les plus fréquemment adoptées par les programmes d'enseignement des mathématiques réparties par année scolaire. Les défis correspondants y sont présentés à titre de référence.

Les jeux

Il est possible d'utiliser des jeux avec des dés ou des pions pour développer l'aisance des élèves en matière d'addition et de soustraction. Voici quelques exemples de jeux adaptables.

La course jusqu'à 10

À partir de 0, chaque joueur ajoute 1 ou 2 en annonçant le total progressif. Le joueur qui dit 10 gagne. Il y a une stratégie gagnante que les élèves peuvent chercher. On peut adapter l'objectif et les calculs, quelle que soit la matière couverte, par exemple :

- course jusqu'à 100 – commencer à 0, additionner n'importe quel nombre de 1 à 8;
- course jusqu'à 0 – commencer à 200, soustraire 5, 10 ou 20;
- course jusqu'à 10 \$ – commencer à 0 \$, additionner la valeur de n'importe quelle pièce de monnaie.

Les consignes

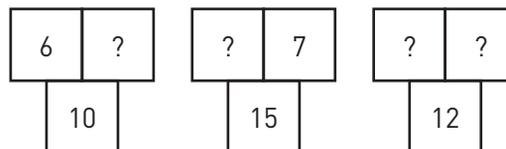
Un petit groupe d'élèves se tient debout et forme un cercle. Ils comptent à tour de rôle. Lorsqu'un élève dit son nombre, il indique également une direction (la personne à sa gauche ou celle à sa droite). Cette personne continue ensuite le compte.

Quelle est ma carte ?

En groupes de quatre, un élève donne une carte à chacun des trois autres joueurs. Chaque élève place la carte sur son front sans la regarder. Le «croupier» dit la valeur totale des cartes, et les autres joueurs doivent deviner la valeur de leur carte.

L'addition de carrés

Dans ce jeu, les élèves doivent trouver le nombre manquant. Dites aux élèves que les nombres dans les carrés supérieurs ont été additionnés pour donner le nombre en dessous. Cette activité peut se jouer de manière compétitive ; le gagnant est celui qui a fini le plus rapidement. Vous trouverez ci-contre des exemples de carrés dont vous pouvez modifier la combinaison de nombres pour n'importe quelle autre.



Description des contenus par année scolaire

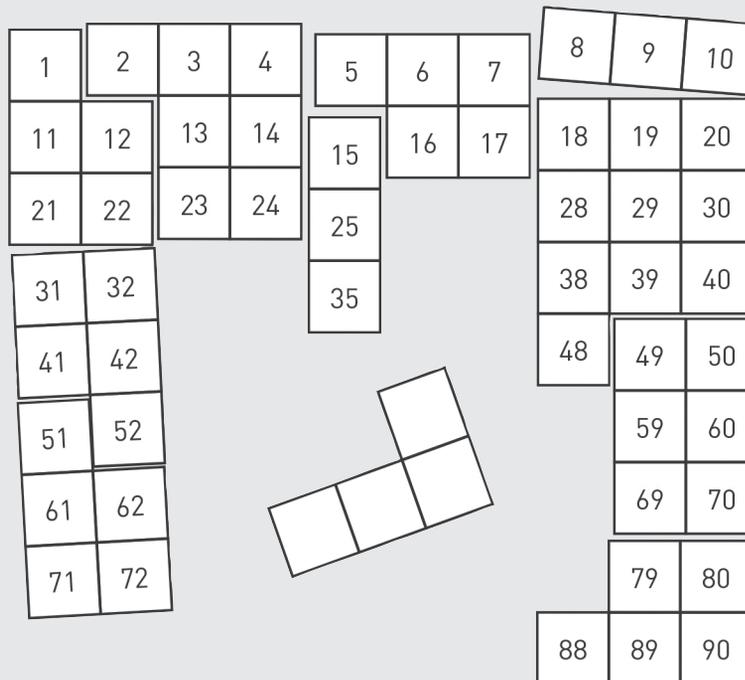
Année scolaire	Description du contenu	Défi
1	<p>Résoudre des problèmes simples d'addition et de soustraction à l'aide de plusieurs stratégies, tels que :</p> <ul style="list-style-type: none"> Compter à partir d'un nombre donné. Compter par bonds. Composer et décomposer un nombre naturel de différentes façons. 	1 Régularités du tableau de 100 (p. 8)
2	<ul style="list-style-type: none"> Composer et décomposer un nombre naturel de différentes façons, jusqu'à 1 000. Comparer entre eux des nombres naturels. Reconnaître des expressions équivalentes. Trouver un terme manquant dans une équation (relations entre les opérations d'addition et de soustraction). Résoudre des problèmes simples d'addition et de soustraction en utilisant des stratégies efficaces de calcul mental et écrit. 	2 Ordonner des nombres (p. 10) 3 Arrondir les nombres pour simplifier le calcul (p. 12)
3	<ul style="list-style-type: none"> Composer et décomposer un nombre naturel de différentes façons, jusqu'à 10 000. Déterminer un terme manquant dans une équation (relation entre les opérations d'addition et de soustraction). Mémoriser les tables d'addition et de la soustraction. Exploiter les différents sens de l'addition et de la soustraction. Développer des stratégies de calcul mental et écrit de plus en plus efficaces. 	4 Utiliser le tableau de 100 pour additionner et soustraire (p. 14) 5 Partager des jetons (p. 16) 6 Exploiter les sens de l'addition et de la soustraction (p. 18) 7 Additionner efficacement (p. 20)
4	<ul style="list-style-type: none"> Composer et décomposer un nombre naturel de différentes façons d'au moins plusieurs dizaines de milliers afin de faciliter le calcul et la résolution de problèmes. 	8 Utiliser les techniques de calcul écrites de l'addition et de la soustraction (p. 22)
5	<ul style="list-style-type: none"> Développer des processus de calcul mental et écrit de plus en plus efficaces et recourir aux technologies numériques appropriées pour résoudre des problèmes. 	9 Développer une pensée additive flexible (p. 24) 10 Tenir compte de deux informations de façon simultanée pour résoudre des problèmes d'addition (p. 26)
6	<ul style="list-style-type: none"> Utiliser des processus de calcul mental et écrit ainsi que des technologies numériques appropriées, pour résoudre les problèmes touchant les quatre opérations avec des nombres entiers. 	11 Compléter des égalités (p. 28) 12 Compter sa monnaie (p. 30)

Défi 1

Régularités du tableau de 100

Tâche d'apprentissage

 Voir la fiche TA.1.



Je sais qu'un des nombres sur la pièce en forme de L est 65.
Quels pourraient être les autres nombres sur la pièce en forme de L ?
Donne autant de réponses que tu peux.

Intentions pédagogiques

La compréhension de la valeur de position jusqu'à 100 correspond en partie à la reconnaissance des régularités présentes dans le tableau de 100. On y retrouve à la fois des régularités à l'horizontale et à la verticale. Par exemple, le nombre qui apparaît sur une ligne en dessous d'un autre est toujours plus grand de 10 unités que ce nombre (s'il y a 10 nombres par ligne et que le 1 est dans la première case en haut à gauche).

Pour indiquer l'intention pédagogique, vous pouvez écrire : « Il y a des régularités dans le tableau de 100. Ces régularités peuvent nous aider à répondre à des questions telles que : "Quel nombre est 10 de plus ou 10 de moins qu'un autre nombre ?" »

Vocabulaire mathématique clé

Présentez ou révisez le vocabulaire clé, par exemple : « plus », « moins », « 10 de plus », « 10 de moins ».

Introduction

Pour que tous les élèves vivent une expérience commune, demandez-leur de réussir le casse-tête de la *Fiche 1.1 – Casse-tête de 1 à 110* (voir la page 169). Avant la leçon, imprimez la fiche, plastifiez-la et découpez-la en morceaux de casse-tête.



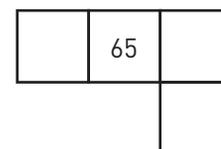
Considérations pédagogiques

On suppose que les élèves connaissent et utilisent la chaîne numérique jusqu'à 100 et au-delà, qu'ils sont capables de compter par bonds de 10 à partir de n'importe quel nombre, et qu'ils peuvent lire et écrire des nombres jusqu'à 100. Notez que le tableau de 100 de la fiche arrête à 110, ce qui permet aux élèves de voir les nombres juste au-dessus de 100.

Bien que cela ne fasse pas partie spécifiquement des attentes, invitez les élèves à additionner 10, 10 de plus, etc.

Coup de pouce

Demandez : « Quels sont les nombres manquants sur ce morceau de casse-tête ? »



Enrichissement

Demandez aux élèves de vous convaincre qu'ils ont trouvé toutes les combinaisons possibles.

Tâches supplémentaires

En forme de lettre

Dites aux élèves que les nombres 62 et 84 se trouvent sur un morceau ayant la forme d'une lettre de l'alphabet.

Demandez-leur de dessiner ce à quoi cette pièce pourrait ressembler et de proposer au moins trois possibilités.

Trouve les erreurs

Fournissez à chaque élève la *Fiche 1.2 – Trouve les erreurs* (voir la page 170).

Demandez-leur : « Quelles sont les erreurs ? » Demandez-leur aussi d'expliquer comment ils les ont trouvées.



Que manque-t-il ?

Demandez aux élèves d'écrire les nombres manquants dans le tableau de 100 de la *Fiche 1.3 – Que manque-t-il ?* (voir la page 171).



Solutions possibles de la tâche d'apprentissage

Il existe 16 solutions pour la tâche d'apprentissage. Il est possible d'orienter la pièce de 4 manières différentes, et de placer le 65 à 4 endroits différents. Si vous permettez aux élèves de retourner la pièce, il y a 16 possibilités supplémentaires.

Nom : _____ Date : _____



Casse-tête de 1 à 110

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110