Mathématiques pré-calcul 12

Ressource de l'enseignant

VERSION FRANÇAISE DE

Pre-Calculus 12

Teacher's Resource

OFFERT EN ANGLAIS CHEZ MCGRAW-HILL RYERSON

TIRÉ À PART

Chapitre 1

Parution printemps 2012

AVIS AU LECTEUR

Nous désirons vous informer que cet extrait est une version provisoire et non la reproduction du produit final. Des éléments de contenu et des illustrations s'ajouteront à la version finale. De plus, il peut subsister quelques erreurs ou coquilles typographiques. Nous ferons les corrections nécessaires pour la version imprimée.

ISBN 978-2-7651-0649-4

©2012 Chenelière Éducation inc.
Tous droits réservés.

Toute reproduction du présent ouvrage, en totalité ou en partie, par tous les moyens présentement connus ou à être découverts, est interdite sans l'autorisation préalable de Chenelière Éducation inc.

CHENELIÈRE ÉDUCATION

5800, rue Saint-Denis, bureau 900
Montréal (Québec) H2S 3L5 Canada
Téléphone : 514 273-1066
Télécopieur : 450 461-3834 ou 1 888 460-3834
info@cheneliere.ca

MODULE 1

Les transformations et les fonctions

Résultat d'apprentissage général

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Résultats d'apprentissage spécifiques

RF2 Démontrer une compréhension de l'effet des translations verticales et horizontales sur le graphique de fonctions et sur leurs équations respectives.

RF3 Démontrer une compréhension des effets des compressions et des étirements horizontaux et verticaux sur les graphiques de fonctions et sur leurs équations respectives.

RF4 Appliquer des translations et des compressions ou des étirements aux graphiques de fonctions et à leurs équations respectives.

RF5 Démontrer une compréhension des effets de réflexions (rabattements) sur les graphiques de fonctions et leurs équations respectives, y compris des réflexions (rabattements) par rapport à :

- l'axe des x ;
- l'axe des y ;
- la droite $y = x$.

RF6 Démontrer une compréhension des réciproques de relations.

RF11 Démontrer une compréhension de la décomposition en facteurs de polynômes de degré supérieur à 2 (limités aux polynômes de degré ≤ 5 ayant des coefficients entiers).

RF12 Tracer le graphique et analyser des fonctions polynomiales (limitées aux fonctions polynomiales de degré ≤ 5).

RF13 Tracer le graphique et analyser des fonctions racine (limitées à des fonctions ne contenant qu'un seul radical).

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

***Mathématiques pré-calcul 12,* pages 2 et 3**

Durée suggérée
de 30 à 45 min

Feuilles reproductibles
FRO 1 Grille d'évaluation pour les projets – approche globale
FRO 2 Grille d'évaluation pour les projets – approche par élément
FR M1-1 Liste de vérification pour le projet du module 1

Le contenu du module

Dans le module 1, les élèves explorent les fonctions polynomiales et les fonctions racine. Ils examinent d'abord diverses transformations de fonctions, y compris des translations, des étirements et des réflexions. Le chapitre 1 se termine sur l'étude des réciproques. Les élèves tracent ensuite le graphique de fonctions racine, les analysent et résolvent graphiquement des équations contenant un ou des radicaux. Vers la fin du module, les élèves examinent les caractéristiques de fonctions polynomiales. Ils étudient l'équation et le graphique de ces fonctions, puis explorent leurs transformations.

Notes pour la planification

Chaque section de chapitre commence par une activité d'exploration qui donne l'occasion aux élèves de développer leurs propres stratégies et leur compréhension. Les élèves peuvent faire cette activité individuellement ou deux par deux. L'activité d'exploration est suivie de plusieurs exemples qui explorent les concepts à l'étude. Vous pouvez étudier les exemples avec les élèves, incitant ces derniers à participer et à soumettre leurs idées, notamment à décrire les stratégies qu'ils utiliseraient. Les élèves répondent ensuite à une question en lien avec l'exemple sous la rubrique *À ton tour.* Ils mettent en pratique leurs nouvelles habiletés en répondant aux questions de la rubrique *Vérifie ta compréhension.* Faites un survol de ces questions avant de déterminer celles que vous assignerez. Ou encore, vous pouvez inviter les élèves à choisir des questions en fonction de leur niveau de compréhension de la leçon.

Projet du module 1

Dans ce projet, les élèves explorent les fonctions mathématiques présentes dans les œuvres d'art, la nature et les objets fabriqués. En particulier, ils déterminent l'équation des fonctions totales ou partielles qu'ils observent, puis expliquent leurs découvertes. Ils ont l'occasion de montrer le lien entre chaque fonction et l'image choisie au moyen d'une présentation de la forme qu'ils préfèrent.

Lisez avec les élèves la présentation du projet du module 1 et discutez-en. Vous pouvez également attirer leur attention sur les rubriques *Pour le projet* des chapitres 1, 2 et 3. L'étude de ces rubriques n'est pas obligatoire, mais elle est recommandée, car elles fournissent de l'information pertinente au projet du module 1. Si vous le souhaitez, distribuez aux élèves la **FR M1-1 Liste de vérification pour le projet du module 1.** Ils pourront utiliser cette liste pendant la préparation de leur projet. Invitez les élèves à conserver l'ensemble de leur travail en lien avec le projet du module 1 dans un portfolio.

Les élèves réussissent mieux quand ils savent exactement comment ils sont évalués. Une façon d'augmenter la motivation des élèves consiste à élaborer avec eux une grille d'évaluation pour le projet. Vous pouvez utiliser comme modèle la **FRO 1 Grille d'évaluation pour les projets – approche globale** et revoir la description globale pour chaque niveau de 1 à 5. Vous pouvez aussi utiliser la **FRO 2 Grille d'évaluation pour les projets – approche par élément** et déterminer si vous noterez le travail sur 5 ou sur 20. Consultez l'encadré *Lien Internet* ci-dessous pour trouver une grille d'évaluation de chaque type.

D'autres renseignements relatifs au projet du module 1 figurent aux pages 3 et 157 de la ressource de l'élève ainsi qu'aux pages 7, 37 et 81 de la ressource de l'enseignant.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Les transformations de fonctions

1

Résultat d'apprentissage général

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Résultats d'apprentissage spécifiques

RF2 Démontrer une compréhension de l'effet des translations verticales et horizontales sur le graphique de fonctions et sur leurs équations respectives.

RF3 Démontrer une compréhension des effets des compressions et des étirements horizontaux et verticaux sur les graphiques de fonctions et sur leurs équations respectives.

RF4 Appliquer des translations et des compressions ou des étirements aux graphiques de fonctions et à leurs équations respectives.

RF5 Démontrer une compréhension des effets de réflexions (rabattements) sur les graphiques de fonctions et leurs équations respectives, y compris des réflexions (rabattements) par rapport à :

- l'axe des x ;
- l'axe des y ;
- la droite $y = x$.

RF6 Démontrer une compréhension des réciproques de relations.

À la fin de ce chapitre, l'élève pourra :

Section	Compréhension des concepts, des habiletés et des processus
1.1	✓ comparer les graphiques d'un ensemble de fonctions de la forme $y = f(x - h)$ au graphique de $y = f(x)$ et formuler, en ayant recours au raisonnement inductif, une règle générale quant à l'effet de h
	✓ comparer les graphiques d'un ensemble de fonctions de la forme $y - k = f(x - h)$ au graphique de $y = f(x)$ et formuler, en ayant recours au raisonnement inductif, une règle générale quant à l'effet de h et de k
	✓ représenter, sous la forme d'une équation, une fonction dont le graphique résulte d'une translation verticale ou horizontale (ou les deux) du graphique de la fonction $y = f(x)$
1.2	✓ démontrer une compréhension de l'effet de réflexions sur le graphique de fonctions et leurs équations respectives, y compris de réflexions par rapport à l'axe des x et à l'axe des y
	✓ démontrer une compréhension de l'effet d'étirements horizontaux et verticaux sur le graphique de fonctions et leurs équations respectives
1.3	✓ esquisser le graphique de la fonction $y - k = af(b(x - h))$ pour des valeurs données de a, b, h et k, à partir du graphique donné de la fonction $y = f(x)$, sans connaître l'équation de $y = f(x)$
	✓ représenter, sous la forme d'une équation, une fonction à partir du graphique résultant d'une translation, d'un étirement (ou des deux) du graphique de la fonction $y = f(x)$
1.4	✓ esquisser, à partir du graphique d'une relation, le graphique de sa réciproque
	✓ déterminer si une relation et sa réciproque sont des fonctions
	✓ déterminer l'équation et esquisser le graphique de la réciproque d'une relation linéaire ou quadratique dont l'équation est donnée

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Tableau de planification du chapitre 1

Section et durée suggérée	Connaissances préalables	Matériel et outils technologiques	Feuilles reproductibles
Pour débuter • de 45 à 60 min (RE, page 7)			FR 1-1 FR M1-1
1.1 Les translations horizontales et verticales • de 60 à 90 min (RE, page 8)	Les élèves devraient connaître : • la notation fonctionnelle • la valeur absolue • la représentation graphique de fonctions linéaires et quadratiques et la détermination de leurs caractéristiques clés • les façons d'utiliser les équations, y compris la réécriture d'une même équation sous diverses formes et sa résolution	• papier quadrillé • règle	FRO 3 FR 1-2
1.2 Les réflexions et les étirements • de 90 à 120 min (RE, page 13)	Les élèves devraient connaître : • la représentation graphique dans un plan cartésien • la création de tables de valeurs • la symétrie, les axes de réflexion et les rotations	• papier quadrillé • règle • technologie de représentation graphique • Mira[MC]	FRO 3 FR 1-3
1.3 Combiner des transformations • de 90 à 120 min (RE, page 19)	Les élèves devraient connaître : • la priorité des opérations • la règle de correspondance entre des points	• papier quadrillé • règle	FRO 3 FR 1-4
1.4 La réciproque d'une relation • de 60 à 90 min (RE, page 25)	Les élèves devraient connaître : • les inverses et les réciproques • les opérations inverses • la résolution d'équations	• papier quadrillé • règle • Mira[MC]	FRO 3 FR 1-5
Révision et test préparatoire du chapitre 1 • de 60 à 90 min (RE, page 31)		• technologie de représentation graphique • papier quadrillé • règle	FRO 3 FR 1-2, FR 1-3, FR 1-4, FR 1-5, FR 1-6, FR 1-7 et FR 1-8

Les feuilles reproductibles de type « FR M » se rapportent à l'ensemble du module.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Planification des exercices	Évaluation			Lien Internet www.cheneliere.ca
	Évaluation en tant qu'apprentissage	Évaluation au service de l'apprentissage	Évaluation de l'apprentissage	
				• les carrières en physique et la formation requise
Essentiel : 1 à 3, 5, 6, 8, 10 à 12, 20, 21, 23 **Typique :** 5, 7 à 12, 13 ou 14, 20, 21, 23 **Approfondi/Enrichi :** 15 à 19, 21 à 23	RE, pages 10 et 12	RE, pages 11 et 12		• des renseignements ou des vidéos sur les translations horizontales et verticales
Essentiel : 1 à 6, 8 à 10, 17 à 19 **Typique :** 1 à 5, 7 à 13, 17 à 21 **Approfondi/Enrichi :** 12, 13 à 16, 17 à 21	RE, pages 15 et 18	RE, pages 17 et 18		• des renseignements ou des vidéos sur les réflexions et les étirements • des renseignements sur le satellite GOCE et ses applications. Faites défiler la liste vers le bas pour voir les derniers résultats de la mission
Essentiel : 1 à 7, 9, deux parmi 10 à 14, 19, 21 **Typique :** 1 à 12, 19, 21 **Approfondi/Enrichi :** 15 à 18, 19 à 22	RE, pages 21 et 24	RE, pages 23 et 24		• des renseignements sur les combinaisons de transformations
Essentiel : 1, 2 à 8, 10 à 12, 23 à 25 **Typique :** 2 à 7, 9 à 11, 13 à 15, un parmi 16 à 18, 23 à 25 **Approfondi/Enrichi :** 15, 19 à 21, 22 à 25	RE, pages 27 et 30	RE, pages 29 et 30		
Demandez aux élèves de répondre à au moins une question en lien avec tout concept, toute habileté ou tout processus qui leur posent des difficultés. **Minimum pour la révision du chapitre 1 :** 1, 4 à 7, 9, 10, 12 à 17 Soumettez aux élèves le nombre de questions auxquelles ils pourront répondre au cours d'une même période. Choisissez au moins une question pour chaque concept, habileté et processus à l'étude. **Minimum pour le test préparatoire du chapitre 1 :** 1 à 12		RE, page 32	RE, page 32 FR 1-7	

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation au service de l'apprentissage	
Méthode 1 : Servez-vous de l'introduction à la page 4 de la ressource de l'élève pour rappeler aux élèves ce qu'ils savent déjà des habiletés et des processus dont il sera question dans le chapitre. **Méthode 2 :** Dites aux élèves de rédiger un texte dans leur journal dans lequel ils indiquent ce qu'ils savent déjà des transformations y compris des translations verticales et horizontales, des réflexions et des étirements ainsi que de la réciproque de relations.	• Invitez les élèves à mettre à jour leur liste des éléments à approfondir pour faire un suivi des habiletés et des processus à développer. • Les élèves qui ont besoin de revoir certaines connaissances ou habiletés préalables peuvent utiliser la **FR 1-1 Connaissances préalables – chapitre 1.** Cette feuille reproductible se trouve sur le cédérom qui accompagne cette ressource de l'enseignant.
Évaluation en tant qu'apprentissage	
Invitez les élèves à prendre des notes sur les difficultés qu'ils éprouvent pendant l'étude de chaque section du chapitre.	• À la fin de chaque section, dites aux élèves de revoir leur liste des éléments à approfondir et de cocher les éléments acquis. • Incitez les élèves à écrire la définition des termes clés dans leurs propres mots, ainsi qu'à noter des trucs mnémotechniques qui peuvent leur être utiles pour la révision. • Incitez-les également à noter leurs propres exemples dans leur cahier de notes ou dans leur portfolio. Les élèves devraient écrire un exemple pour chaque méthode présentée dans le chapitre.
Évaluation au service de l'apprentissage	
FR 1-1 Connaissances préalables – chapitre 1 Cette feuille reproductible permet aux élèves de revoir les connaissances et les habiletés requises pour aborder l'étude du chapitre.	• Servez-vous de la **FR 1-1 Connaissances préalables – chapitre 1** pour donner de nouvelles occasions aux élèves de montrer qu'ils sont prêts à aborder les sujets traités dans le chapitre.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Les transformations de fonctions

Pour débuter

***Mathématiques pré-calcul 12,* pages 4 et 5**

Durée suggérée
de 45 à 60 min

Feuilles reproductibles
FR 1-1 Connaissances préalables – chapitre 1
FR M1-1 Liste de vérification pour le projet du module 1

Notes pour la planification

Lisez les mots clés avec les élèves. Demandez-leur d'indiquer les termes qu'ils connaissent déjà et invitez-les à illustrer leur compréhension à l'aide d'un exemple. Ensuite, discutez avec eux de ce qu'ils savent sur les transformations.

Dans la section 1.1, les élèves examinent des graphiques de fonctions et des tables de valeurs pour déterminer les effets du déplacement d'une fonction vers la gauche, la droite, le haut ou le bas. Ils apprennent aussi à analyser un graphique et sa transformée, puis déterminent l'équation à partir de la translation effectuée. Dans la section 1.2, les élèves étudient les réflexions et les étirements. Ils examinent des fonctions qui ont subi une réflexion par rapport à l'axe des x et à l'axe des y. Ils tracent le graphique d'une fonction à partir de l'équation de sa transformée ou déterminent l'équation d'une transformée à partir de son graphique. Dans la section 1.3, les élèves explorent les combinaisons de transformations. Ils examinent les équations et les graphiques liés à ces transformations et l'ordre dans lequel il faut effectuer les transformations. Enfin, dans la section 1.4, les élèves étudient la réciproque de relations.

Discutez avec les élèves des avantages de conserver un résumé de ce qu'ils apprennent. Ils ont peut-être déjà utilisé divers types d'organisateurs graphiques. Demandez-leur lesquels pourraient être utiles. Incitez-les à utiliser la méthode de leur choix.

Projet du module

Dans la rubrique *Pour le projet* à la fin de la section 1.3, les élèves examinent les fonctions observées dans la photo d'une scène rurale et indiquent les types de transformations qu'ils reconnaissent. Ils peuvent le faire en groupe-classe ou en petits groupes.

Répondre aux besoins des élèves

- Vous pouvez demander aux élèves de répondre aux questions de la **FR 1-1 Connaissances préalables – chapitre 1** afin de revoir les connaissances et les habiletés requises pour l'étude de ce chapitre.
- Remettez aux élèves la **FR M1-1 Liste de vérification pour le projet du module 1,** qui indique toutes les exigences relatives au projet du module 1.
- Remettez aux élèves une liste des résultats d'apprentissage du module. Discutez des termes particuliers pour qu'ils comprennent ce qu'ils apprendront.
- Pour aider les élèves à se préparer à l'étude du chapitre, vous pouvez prévoir de courtes activités reprises des années précédentes sur les concepts de translation, de réflexion et de rotation.
- Les élèves peuvent discuter des régularités dans la photo d'un temple en Inde, d'un immeuble de Montréal, de papillons et d'un tapis navajo.

Enrichissement

Incitez les élèves à trouver dans la nature des exemples des figures mathématiques présentées. Dites-leur de chercher des motifs qui comportent des répétitions, des réflexions ou toute autre transformation. Suggérez-leur d'associer des portions de ces motifs à des fonctions déjà étudiées.

Douance

Les travaux d'Einstein sur l'effet photoélectrique et sur le déplacement de la lumière sous forme de particules plutôt que d'ondes sont de nature mathématique. Demandez aux élèves de faire une recherche sur l'opposition entre ondes et particules. Ils peuvent aussi s'interroger sur la modélisation mathématique de l'énergie pure qui se déplace sous forme d'ondes ou de particules. Les ondes lumineuses n'ont pas de masse, mais les particules semblent avoir une masse par définition ; comment cela influe-t-il sur l'établissement d'une formule ?

Le monde du travail

Demandez aux élèves ce qu'ils savent de la physique :
- Avez-vous déjà étudié la physique ? Qu'étudiez-vous dans vos cours de physique ?
- Comment l'étude de la physique influe-t-elle sur nos vies ?
- Comment pourrait-elle changer la vie à l'avenir ?
- Quelles professions ont un lien avec la physique ?

Suggérez aux élèves de faire une recherche en ligne sur l'histoire de la physique, les travaux actuels et la façon dont ils pourraient influer sur l'avenir.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

1.1 Les translations horizontales et verticales

***Mathématiques pré-calcul 12*, pages 6 à 15**

Durée suggérée
de 60 à 90 min

Matériel
- papier quadrillé
- règle

Feuilles reproductibles
FRO 3 Papier quadrillé à 1 cm
FR 1-2 Exercices supplémentaires – section 1.1

Processus mathématiques pertinents à chaque résultat d'apprentissage spécifique

RF2 Démontrer une compréhension de l'effet des translations verticales et horizontales sur le graphique de fonctions et sur leurs équations respectives.

- ☑ Communication (C)
- ☑ Liens (L)
- ☑ Raisonnement (R)
- ☑ Visualisation (V)

Catégorie	Questions
Essentiel (questions minimales requises pour atteindre les résultats d'apprentissage)	1 à 3, 5, 6, 8, 10 à 12, 20, 21, 23
Typique	5, 7 à 12, 13 ou 14, 20, 21, 23
Approfondi/Enrichi	15 à 19, 21 à 23

Notes pour la planification

Avant d'amorcer cette section, vous pouvez aider les élèves à se rappeler ce qu'ils savent déjà sur l'évaluation d'expressions. Vous pouvez aussi revoir la façon de créer une table de valeurs, c'est-à-dire la substitution d'une valeur à la variable d'entrée pour déterminer la valeur de sortie correspondante. Les élèves doivent en effet créer une table de valeurs dans l'activité d'exploration.

Exploration : les translations verticales et horizontales

Pour cette activité d'exploration, les élèves peuvent travailler individuellement ou deux par deux et tracer les graphiques sur du papier quadrillé. Ou encore, vous pouvez inviter les élèves à construire un plan cartésien sur le plancher de la classe. Ensuite, une ou un élève se tient dans le plan cartésien et se déplace selon les instructions des autres élèves conformément aux translations explorées.

Aidez les élèves à reconnaître les régularités des transformations décrites dans l'activité d'exploration. Quand les élèves additionnent 3 à la fonction ou soustraient 3 de la fonction, posez-leur ces questions :
- Quels points changent ?
- Pourquoi l'ordonnée est-elle la seule à changer ?
- Quelles caractéristiques importantes du graphique changent après cette transformation ? Est-ce que l'une des coordonnées à l'origine change ? Le sommet change-t-il ?

Ensuite, demandez aux élèves de réfléchir à ce qui arrive quand on additionne 3 à la variable ou qu'on en soustrait 3. Posez-leur les questions suivantes :
- Quelle différence y a-t-il entre cette transformation et la transformation décrite dans la première partie de l'activité ?
- Selon vous, pourquoi l'abscisse est-elle la seule à changer ?
- Quelles caractéristiques importantes du graphique changent après cette transformation ? Est-ce que l'une des coordonnées à l'origine change ? Le sommet change-t-il ?

Répondre aux besoins des élèves

- Discutez des résultats d'apprentissage et des indicateurs de rendement pertinents à cette section. Incitez les élèves à dresser une liste des termes et des définitions présentés dans la section.
- Vous pouvez suggérer aux élèves d'explorer les œuvres d'artistes qui utilisent des transformations dans leur travail (par exemple, M. C. Escher).
- Présentez des carreaux pour plancher, des morceaux de linoléum et des échantillons de papier peint aux élèves pour illustrer des transformations.
- Il peut être bon pour certains élèves d'utiliser des graphiques déjà préparés. Ils peuvent ainsi se concentrer sur les concepts présentés dans chaque partie de l'activité d'exploration.
- Discutez des résultats de l'activité d'exploration en groupe-classe.
- Certains élèves préféreront peut-être rédiger un court résumé des concepts clés présentés dans l'activité d'exploration, tandis que d'autres voudront créer une affiche qui dresse la liste des concepts clés, avec des exemples et des schémas.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Enrichissement

D'un départ arrêté, les dragsters peuvent atteindre une vitesse supérieure à 330 mi/h (531 km/h) en un quart de mille (0,4 km). Demandez aux élèves d'estimer les vitesses le long de la piste, puis de tracer un graphique de la vitesse en fonction du temps. Dites-leur d'esquisser la courbe qu'ils obtiendraient si la vitesse finale augmentait en raison d'un ajout de puissance ou d'une réduction du frottement. Quels termes mathématiques décrivent ces changements ?

Douance

Mettez les élèves au défi de trouver trois motifs linéaires dans la nature ou les œuvres d'art. Si possible, ils montrent les motifs en superposant des graphiques aux images. Certains élèves voudront peut-être créer une vidéo dans laquelle le graphique de fonctions se répète sur les motifs des images.

Erreurs fréquentes

- Quand le graphique de x^2 subit une translation et devient le graphique de $f(x) = (x - 3)^2$, des élèves pensent que le graphique se déplace vers la gauche.

Que faire ? Suggérez-leur de considérer le point $x = 0$. La valeur de x doit être 3 pour que $f(x - 3)$ soit égal à $f(0)$. Puisque x doit égaler $+3$, ce point du graphique se déplace de trois unités vers la droite. De même, chaque valeur de x pour $f(x - 3)$ est représentée trois unités à droite de la valeur de x pour $f(x)$. Utilisez une table de valeurs en guise de soutien.

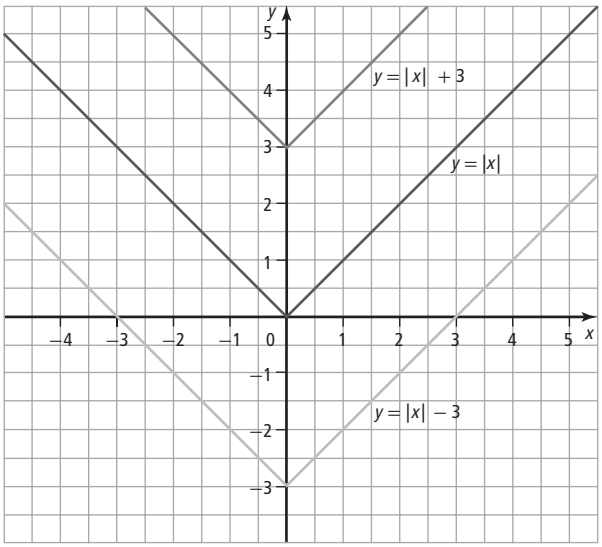
Réponses

Exploration : les translations verticales et horizontales

1. a)

x	$f(x)$	$f(x) + 3$	$f(x) - 3$
−3	3	6	0
−2	2	5	−1
−1	1	4	−2
0	0	3	−3
1	1	4	−2
2	2	5	−1
3	3	6	0

b)



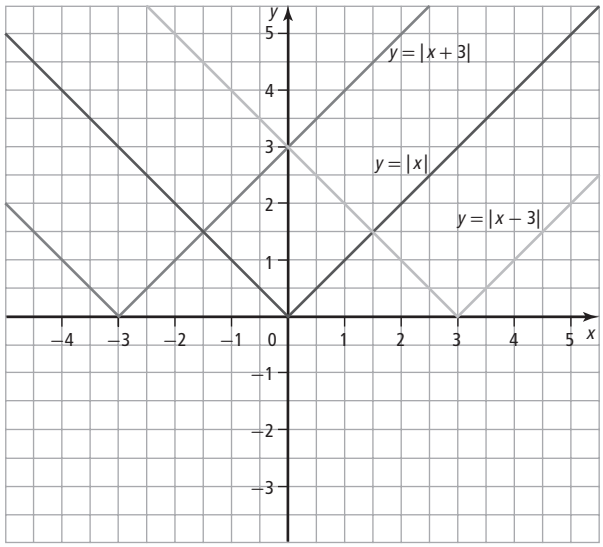
2. a) Les graphiques subissent une translation verticale de 3 unités vers le haut et de 3 unités vers le bas, respectivement.
b) La variable k indique la hauteur du graphique obtenu par translation par rapport au graphique initial.

3. Non ; la variable k a un effet sur la translation verticale du graphique, quelle que soit la valeur de $f(x)$.

4. a)

x	$f(x)$	$f(x + 3)$	$f(x - 3)$
−9	9	6	12
−6	6	3	9
−3	3	0	6
0	0	3	3
3	3	6	0
6	6	9	3
9	9	12	6

b)



5. a) Chaque fonction résulte d'une translation horizontale de la fonction initiale.
b) La variable h indique la valeur du déplacement vers la droite ou vers la gauche de la fonction.

6. Non ; la variable h modifie l'abscisse avant que la fonction soit appliquée.

7. Quand $k > 0$, la transformée de la fonction se déplace vers le haut. Quand $k < 0$, la transformée se déplace vers le bas.

8. Quand $h < 0$, le graphique de la fonction se déplace de $|h|$ unités vers la gauche. Quand $h > 0$, le graphique se déplace de $|h|$ unités vers la droite.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Réponses

9. Les variables h et k n'ont aucun effet sur la forme du graphique ; elles modifient seulement la position du graphique par rapport à l'axe des y et à l'axe des x. Ces variables n'ont pas d'effet sur l'orientation, sauf en ce qui concerne la position. La variable h a un effet direct sur les abscisses à l'origine, qui subissent une translation de $|h|$ unités. Cela est aussi vrai pour k et les ordonnées à l'origine. Même si k influe sur les abscisses à l'origine, il est impossible de déterminer l'effet exact à moins de connaître la fonction. Cela est aussi vrai pour h et les ordonnées à l'origine. Puisque h entraîne une translation de la fonction vers la gauche ou vers la droite, le domaine change de la même manière. Cela est aussi vrai pour k et l'image.

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation en tant qu'apprentissage	
Réfléchis et réagis Demandez aux élèves de répondre aux questions. Écoutez-les parler de ce qu'ils ont appris au cours de l'activité d'exploration. Incitez-les à faire des généralisations et à formuler une conclusion au sujet de leurs découvertes.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Incitez les élèves à donner une réponse tant pour les valeurs positives de k et de h que pour les valeurs négatives. • Vous pouvez réviser les réponses oralement en groupe-classe. Il est important de vérifier que les élèves comprennent si les paramètres ont un effet sur la forme du graphique. Demandez aux élèves d'indiquer si la forme du graphique d'une fonction change après une transformation.

Exemple 1

Pour de nombreux élèves, le sens d'une translation horizontale est à l'opposé de ce à quoi ils s'attendent. Par exemple, le graphique de $y = (x - 5)^2$ est l'image par translation du graphique de $f(x) = x^2$ déplacé de cinq unités vers la droite plutôt que vers la gauche. Pour aider les élèves à saisir pourquoi, demandez-leur de comparer les valeurs d'entrée et de sortie de la première et de la deuxième table de valeurs. Quelles sont les ressemblances ? Quelles sont les différences ? Ensuite, dites aux élèves de comparer les valeurs d'entrée et de sortie de la première et de la troisième table. Posez-leur cette question : Que devez-vous faire aux valeurs de x de la première table de valeurs pour qu'elles correspondent aux valeurs des abscisses de la troisième table ?

Faites la même démonstration algébriquement. Rappelez aux élèves que lors d'une translation horizontale, les ordonnées restent les mêmes pour chaque fonction. À partir de $f(x) = x^2$, montrez la façon dont le point (x, y) est associé au point $(x + h, y)$ du graphique de $g(x) = (x - 5)^2$:

$$f(x) = x^2$$
$$f(2) = (2)^2$$
$$= 4$$

À l'aide de la valeur de $f(x) = 4$, déterminez la valeur de x quand $g(x) = 4$:

$$g(x) = (x - 5)^2$$
$$4 = (x - 5)^2$$
$$2 = x - 5$$
$$7 = x$$

Le point $(2, 4)$ du graphique de $f(x)$ est associé au point $(7, 4)$ du graphique de $g(x)$. Il a été déplacé de cinq unités vers la droite.

Exemple 2

Demandez aux élèves d'expliquer pourquoi le graphique s'est déplacé de quatre unités vers la droite. Ensuite, posez-leur cette question : Quelle devrait être l'équation pour que le graphique se déplace de quatre unités vers la gauche ? De même, demandez-leur d'expliquer pourquoi le graphique s'est déplacé de trois unités vers le haut. Qu'est-ce qui devrait changer pour que le graphique se déplace vers le bas ?

Engagez une discussion de classe sur le fonctionnement des règles de correspondance. Certains élèves trouvent ce concept difficile à comprendre. Demandez aux élèves d'expliquer ce que signifie *associer des points*. Si des élèves ont de la difficulté, vous pouvez étudier cet exemple d'une autre façon. Partez de la table de valeurs de la fonction de base $y = |x|$ et appliquez la règle de correspondance $(x, y) \rightarrow (x + 4, y + 3)$ à chaque point afin d'obtenir une table de valeurs pour $y = |(x - 4)| + 3$. Ensuite, demandez aux élèves de tracer le graphique de la fonction à partir de la table de valeurs.

Exemple 3

Discutez avec les élèves du concept de points significatifs d'un graphique. Demandez-leur comment on choisit les points de $f(x)$. Ensuite, invitez-les à suggérer trois autres points qui satisfont $f(x)$ et à expliquer comment ils détermineraient les points-images correspondants. Enfin, demandez-leur de décrire la transformation de $f(x)$ qui donne $g(x)$.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Répondre aux besoins des élèves

- Invitez les élèves à résumer les concepts clés dans leurs propres mots et à inclure des exemples. Dites-leur de ranger leurs résumés de chaque section au même endroit pour avoir un document utile lors de la révision.
- Incitez les élèves à travailler deux par deux pour comparer les tables de l'exemple 1. Ils devraient reconnaître la relation entre le changement dans l'équation et les points de la table, d'une part, et le graphique résultant, d'autre part. Il peut être bon d'utiliser des crayons de trois couleurs différentes pour esquisser les graphiques des fonctions. Les élèves peuvent tracer des flèches pour montrer les transformations subies par chaque point significatif.
- Dans l'exemple 3, des élèves souhaiteront peut-être entrer la réponse dans un outil technologique de représentation graphique pour déterminer si les points donnés font partie du graphique de l'équation.
- Les élèves peuvent créer un signet qui comporte la liste des concepts clés afin de disposer d'un outil de référence rapide pendant l'étude du chapitre.

Réponses

Exemple 1 : *À ton tour*

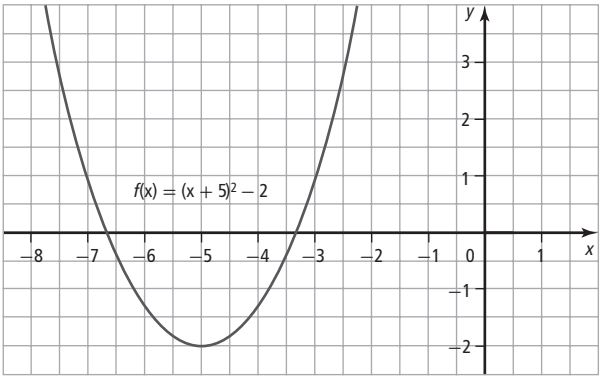
La première fonction résulte d'une translation de 1 unité vers le bas de $y = x^2$, car $k = -1$. La seconde fonction résulte d'une une translation de 3 unités vers la gauche de $y = x^2$, car $h = -3$.

Exemple 3 : *À ton tour*

a) Le graphique a subi une translation de 6 unités vers le haut et de 4 unités vers la droite ; $y - 6 = f(x - 4)$.

b) Le graphique a subi une translation de 3 unités vers le haut et de 8 unités vers la gauche ; $y - 3 = f(x + 8)$.

Exemple 2 : *À ton tour*



Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation au service de l'apprentissage	
Exemple 1 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 1.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Cette question est directement liée au travail effectué durant l'activité d'exploration. Si des élèves ont de la difficulté, alors ils n'ont vraisemblablement pas compris l'objectif de l'activité d'exploration. Dans ce cas, revenez sur la démarche effectuée dans l'activité d'exploration avant de retourner à l'exemple. • Incitez les élèves à inclure une analyse de la forme du graphique dans leur réponse.
Exemple 2 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 2.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Il peut être plus facile pour les élèves de décrire verbalement ce que fait chaque paramètre avant d'effectuer les transformations et d'esquisser le graphique. • Certains élèves verront que la valeur de h est l'opposé du nombre qui apparaît entre les parenthèses et que la valeur de k est la valeur même du terme qui suit les parenthèses. Par exemple, pour $(x + 2) + 5$, $h = -2$ et $k = 5$.
Exemple 3 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 3.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Si des élèves ont de la difficulté, attirez leur attention sur l'encadré *Le savais-tu ?* et demandez-leur de décrire les ressemblances entre p et q et les paramètres h et k. • Certains élèves trouveront plus facile de soustraire les coordonnées des points initiaux de celles des points-images pour déterminer la translation ou la règle de correspondance. Par exemple, pour la translation $(3, 3) \rightarrow (7, 6)$, ils calculent $7 - 3 = 4$ et $6 - 3 = 3$, ce qui donne $(x, y) \rightarrow (x + 4, y + 3)$.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Vérifie ta compréhension

À la **question 3,** demandez aux élèves s'ils peuvent décrire la transformation dans leurs propres mots. Suggérez-leur d'examiner l'effet de la transformation sur chaque point. Ensuite, posez-leur cette question : Comment pouvez-vous utiliser une règle de correspondance pour représenter ce que vous venez de décrire à l'aide de mots ?

À la **question 6,** demandez aux élèves la variable, x ou y, qui change quand on effectue une translation verticale et celle qui a changé ici. Posez ensuite ces questions : Si aucune translation n'était effectuée, quelle serait la valeur de y quand $x = 4$? Comment diffère-t-elle du point donné ?

De la même manière, à la **question 7,** demandez aux élèves la variable qui change quand on effectue une translation horizontale. Posez-leur ces questions : Si aucune translation n'avait été effectuée, quelle serait la valeur de x quand $y = 16$? Comment ce renseignement peut-il vous aider à déterminer la translation horizontale qui a été effectuée ?

À la **question 9,** vous devrez peut-être rappeler aux élèves la façon appropriée de noter le domaine et l'image. Rappelez-leur que le domaine et l'image doivent tenir compte des restrictions sur les variables. Demandez-leur si le domaine se rapporte à la variable indépendante ou à la variable dépendante. Ensuite, demandez-leur les limites qui peuvent exister pour les variables dans cette situation.

À la **question 10,** les élèves explorent si l'ordre dans lequel on effectue des translations horizontales et verticales a de l'importance. Vous pouvez discuter de cette question en groupe-classe.

Si vous assignez la **question 14** aux élèves, vous pouvez recueillir leurs travaux et les afficher dans la classe. Vous pourriez demander aux élèves d'examiner le travail de leurs camarades et de vérifier s'ils peuvent reconnaître les quatre translations effectuées.

À la **question 17,** posez les questions suivantes aux élèves :

- Comment les zéros peuvent-ils vous aider à déterminer la transformation effectuée ?
- Quels sont les zéros initiaux de la fonction ?
- Comment pouvez-vous avoir deux zéros et obtenir deux zéros ?
- Comment pouvez-vous déterminer la valeur de la translation du graphique s'il y a deux zéros ?

Répondre aux besoins des élèves

- Remettez la **FR 1-2 Exercices supplémentaires – section 1.1** aux élèves qui ont besoin de s'exercer davantage.
- Certains élèves voudront peut-être créer une série d'affiches pour montrer les transformations horizontales et verticales à partir d'une équation donnée, avec une explication écrite. Ils pourraient vous remettre ces travaux aux fins d'évaluation.

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation au service de l'apprentissage	
Exerce-toi* et *Applique ce que tu as appris Demandez aux élèves de répondre aux questions 1 à 3, 5, 6, 8 et 10 à 12. Les élèves qui y parviennent sans difficulté peuvent passer aux questions suivantes.	• À la question 1, les élèves doivent démontrer leur compréhension des paramètres h et k d'une façon générale. Ils doivent réussir cette question avant de passer à la question 2, dans laquelle ils doivent déterminer les points-images. (Il peut être plus facile pour certains de répondre à la question 3 avant la question 2.) • Les élèves effectuent la démarche contraire aux questions 5 et 6, où ils doivent déterminer l'équation de la transformée à partir de points d'une image. Suggérez aux élèves de tracer le graphique de la fonction initiale avant d'essayer de trouver les points-images. Ils peuvent ensuite travailler à rebours. • Le tableau de la question 8 est un excellent outil d'évaluation. Les élèves qui répondent correctement à cette question ont une assez bonne compréhension pour répondre aux questions suivantes.
Évaluation en tant qu'apprentissage	
Fais des liens Demandez à tous les élèves de répondre aux questions 20, 21 et 23.	• Les élèves doivent décrire, dans leurs propres mots, l'effet des paramètres h et k à la question 20. • Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux pour répondre à la question 21. Révisez la complétion du carré avant de leur assigner cette question. • Assurez-vous que les élèves sont en mesure de fournir les explications demandées à la question 23 et de montrer pourquoi cette affirmation est vraie. Invitez-les à expliquer leur réponse à une ou à un camarade ou revoyez les réponses en groupe-classe. Cette compréhension est importante pour la suite du chapitre.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Les réflexions et les étirements

1.2

***Mathématiques pré-calcul 12*, pages 16 à 31**

Durée suggérée
de 90 à 120 min

Matériel
- papier quadrillé
- règle
- technologie de représentation graphique
- Mira[MC]

Feuilles reproductibles
FRO 3 Papier quadrillé à 1 cm
FR 1-3 Exercices supplémentaires – section 1.2

Processus mathématiques pertinents à chaque résultat d'apprentissage spécifique

RF3 Démontrer une compréhension des effets des compressions et des étirements horizontaux et verticaux sur les graphiques de fonctions et sur leurs équations respectives.

- ☑ Communication (C)
- ☑ Liens (L)
- ☑ Raisonnement (R)
- ☑ Visualisation (V)

RF5 Démontrer une compréhension des effets de réflexions (rabattements) sur les graphiques de fonctions et leurs équations respectives, y compris des réflexions (rabattements) par rapport à :
- l'axe des x ;
- l'axe des y ;
- la droite $y = x$.

- ☑ Communication (C)
- ☑ Liens (L)
- ☑ Raisonnement (R)
- ☑ Visualisation (V)

Catégorie	Questions
Essentiel (questions minimales requises pour atteindre les résultats d'apprentissage)	1 à 6, 8 à 10, 17 à 19
Typique	1 à 5, 7 à 13, 17 à 21
Approfondi/Enrichi	12, 13 à 16, 17 à 21

Notes pour la planification

Avant d'amorcer l'activité d'exploration, revoyez le plan cartésien avec les élèves. Demandez-leur d'indiquer les quatre quadrants. Vous pouvez aussi leur demander ce qu'est une fonction et comment la reconnaître. Définissez le terme *conjecture* pour les élèves, car ce mot n'est pas courant et n'est pas défini dans la ressource de l'élève.

Exploration : les réflexions et les étirements de fonctions

À l'étape 1, demandez aux élèves ce que signifie tracer le point A′ avec l'axe des x comme axe de réflexion. Quelle coordonnée reste la même ? Laquelle change ? Demandez la distance du point A à l'axe de réflexion avant et après la réflexion. Engagez une discussion similaire sur les réflexions par rapport à l'axe des y. Les élèves peuvent utiliser un Mira[MC] pour valider leur travail. Suggérez-leur de vérifier la relation qu'ils ont énoncée à l'étape 1 c) en traçant des points dans d'autres quadrants.

À l'étape 2, posez ces questions : Quand vous faites subir une réflexion à la fonction, transformez-vous la forme entière ou procédez-vous point par point ? La transformée est-elle une fonction ? Discutez si les réflexions modifient ou non la forme, la taille et l'orientation. Qu'arrive-t-il aux points sur l'axe de réflexion ?

Avant l'étape 3, vous pouvez revoir la façon de représenter graphiquement une équation à l'aide de la technologie, y compris la façon de restreindre le domaine. Discutez de la restriction du domaine. Posez les questions suivantes aux élèves :
- À quoi ressemble la fonction $y = x^2 + 2x$ quand le domaine est restreint ?
- Le domaine sera-t-il toujours restreint après la réflexion ?
- Quel sera le nouveau domaine ?

Aidez les élèves à reconnaître les régularités dans la partie B. Quand ils multiplient la fonction par 2, puis par $\frac{1}{2}$, posez-leur ces questions :
- Quel point a changé ? De quelle façon a-t-il changé ?
- Pourquoi l'ordonnée est-elle la seule à changer ?
- À l'étape 7, le sommet change-t-il ? Les coordonnées à l'origine changent-elles ?

Posez une série de questions semblables aux élèves quand ils font varier la valeur de b à l'étape 10. Demandez pourquoi c'est ici l'abscisse qui change.

Soulignez qu'on a résolu les différences apparentes dans l'interprétation des translations horizontales et verticales de la forme $y = f(x - h) + k$ en réécrivant la fonction sous la forme $y - k = f(x - h)$. De même, il pourrait être utile de présenter aux élèves un traitement semblable pour les étirements : $y = af(bx)$ pourrait s'écrire sous la forme $\frac{1}{a}y = f(bx)$ ou $\frac{y}{a} = f(bx)$.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Répondre aux besoins des élèves

- Discutez des résultats d'apprentissage et des indicateurs de rendement pertinents à cette section. Incitez les élèves à dresser une liste des termes et des définitions présentés dans la section.
- Les élèves peuvent ouvrir un document dans un traitement de texte et insérer une image clipart. Ils vérifient ce qui se produit quand ils étirent l'image, puis quand ils la rabattent pour représenter des réflexions par rapport à l'axe des x et à l'axe des y.
- Il peut être bon de revoir les transformations étudiées à l'élémentaire. Tracez un E majuscule dans le quadrant I d'un plan cartésien. Demandez aux élèves de faire lui subir une réflexion pour l'amener dans le quadrant II, puis dans le quadrant III et dans le quadrant IV. Amenez-les à voir que les axes du plan sont ici les axes de réflexion.
- Les élèves peuvent travailler en groupes de quatre. Deux élèves font la partie A et les deux autres font la partie B. Les élèves présentent leurs résultats aux autres membres du groupe et en discutent avec eux. Ils peuvent ensuite répondre ensemble à la question de la rubrique *Réfléchis et réagis*. Ils procèdent de même pour la partie B.
- Une autre possibilité pour la partie B : Invitez les élèves à remplir une table de valeurs pour comparer les valeurs de sortie des fonctions. Incitez-les à tracer le graphique des fonctions dans le même plan cartésien. Quelle est la relation entre ces graphiques et celui de $y = f(x)$?

Enrichissement

Si on attache une corde à sauter à un poteau et qu'on tient l'autre extrémité, on peut générer des ondulations qui se déplacent vers le poteau puis reviennent après réflexion. Demandez aux élèves de comparer ce type de réflexion avec les réflexions mathématiques. Y a-t-il un point commun qui aide à interpréter mathématiquement le mouvement de la corde ?

Douance

Parlez de la façon dont les signaux émis par un satellite sont réfléchis par une antenne parabolique, ou de la trajectoire des ondes sonores réfléchies vers les oreilles d'une chauve-souris. Demandez aux élèves les ressemblances et les différences entre ce type de réflexion et le concept mathématique de réflexion.

Erreurs fréquentes

- Des élèves pensent que l'abscisse d'un point change après une réflexion par rapport à l'axe des x et l'ordonnée, après une réflexion par rapport à l'axe des y.

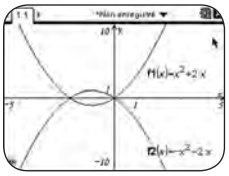
Que faire ? Suggérez-leur de tracer un point et de lui faire subir une réflexion par rapport à l'axe des x. Ils relient ensuite le point initial et son image par un segment de droite. Ce segment est parallèle à l'axe des y et passe par un seul point de l'axe des x. Cela montre que l'abscisse reste la même et que l'ordonnée change. Refaites l'exercice pour une réflexion par rapport à l'axe des y.

Réponses

Exploration : les réflexions et les étirements de fonctions

1. c) Leurs ordonnées sont des opposés. **d)** Oui

2. a) Je trouve l'opposé de l'ordonnée de chaque point et je trace le point-image selon l'abscisse.
b) Toutes les ordonnées prennent le signe opposé. La fonction est donc multipliée par -1.

3.  $y = -x^2 - 2x$

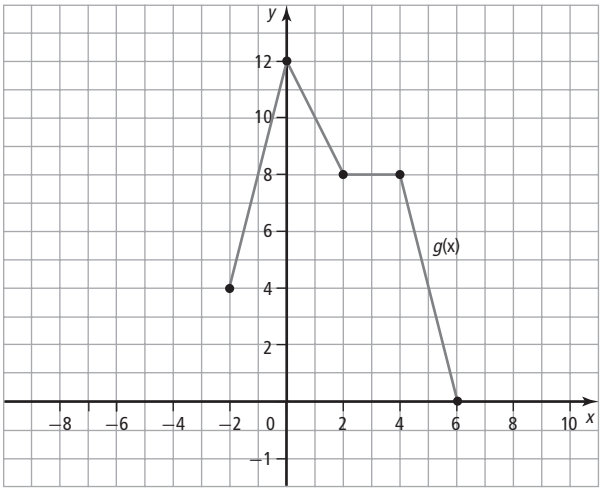
4. Cette étape est presque la même que pour la réflexion par rapport à l'axe des x. D'abord, l'abscisse des points prend le signe opposé. Au lieu de multiplier la fonction par -1, on remplace simplement x par $-x$. Donc, la fonction de l'image est $y = x^2 - 2x$.

5.

	Réflexion par rapport à	Description verbale	Règle de correspondance	Équation de la transformée
Fonction $y = f(x)$	l'axe des x	rabattue sur l'axe des x	$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	$y = -f(x)$
	l'axe des y	rabattue sur l'axe des y	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	$y = f(-x)$

6. d) Quand l'ordonnée est multipliée par 2, le point-image est deux fois plus éloigné de l'axe des x que le point initial. Quand l'ordonnée est multipliée par $\frac{1}{2}$, le point-image est à la moitié de la distance qui sépare l'axe des x du point initial.

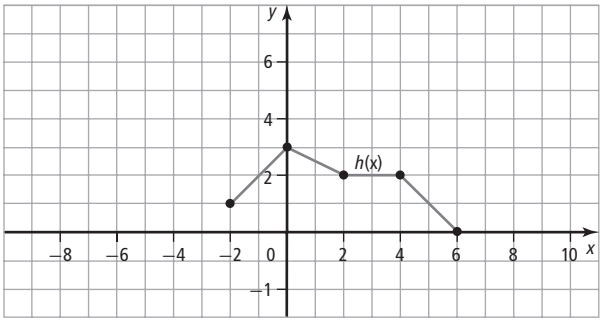
7. a)



Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Réponses

b)



8. $y = 2f(x)$ et $y = \frac{1}{2}f(x)$.

9. La pente du graphique est plus prononcée par un facteur de 2. Dans le second cas, le graphique subit un étirement vertical par un facteur de $\frac{1}{2}$.

10. a) Au lieu de subir un étirement vertical, la fonction subirait un étirement horizontal.

b) $y = f(2x)$ et $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

11.

	Étirement par rapport à	Description verbale	Règle de correspondance	Équation de la transformée
Fonction $y = f(x)$	l'axe des x	étirement vertical	$(x, y) \rightarrow (x, ay)$	$y = af(x)$
	l'axe des y	étirement horizontal	$(x, y) \rightarrow (\frac{1}{b}x, y)$	$y = f(bx)$

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation en tant qu'apprentissage	
Réfléchis et réagis Demandez aux élèves de répondre aux questions. Écoutez-les parler de ce qu'ils ont appris au cours de l'activité d'exploration. Incitez-les à faire des généralisations et à formuler une conclusion au sujet de leurs découvertes.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Si les élèves ont de la difficulté à répondre à ces questions, incitez-les à remplir une table de valeurs et à comparer plusieurs points du graphique initial avec les points-images correspondants. Cela peut les aider à reconnaître la régularité produite par la transformation. • Vous devrez peut-être aider les élèves à comprendre les expressions « par rapport à l'axe des x » et « par rapport à l'axe des y ». Expliquez leur signification, en donnant un exemple visuel au besoin.

Exemple 1

Dites aux élèves d'examiner la notation fonctionnelle avant d'examiner le graphique. Posez ces questions :

- Qu'arrive-t-il si une fonction $y = f(x)$ subit une transformation et devient $y = -f(x)$?
- Quelle coordonnée change, l'abscisse ou l'ordonnée ?
- Quel est l'effet sur le graphique ?

De même, parlez de ce qui arrive quand $y = f(x)$ se transforme en $y = f(-x)$.

Invitez les élèves à chercher deux par deux des façons de se rappeler si $y = f(-x)$ et $y = -f(x)$ résultent d'une réflexion par rapport à l'axe des x ou des y. Ils peuvent ensuite présenter leurs stratégies à la classe.

Exemple 2

Dites aux élèves d'examiner la notation fonctionnelle avant d'examiner le graphique. Posez ces questions :

- Qu'arrivera-t-il si une fonction $y = f(x)$ subit une transformation et devient $y = af(x)$? Quelle coordonnée change, l'abscisse ou l'ordonnée ?
- Pourquoi les abscisses restent-elles les mêmes ?
- Quelle distance est modifiée ?

Parlez des effets des transformations sur le domaine et l'image. Demandez ce qui arrive au domaine et à l'image quand $y = f(x)$ devient $y = 2f(x)$ ou $y = \frac{1}{2}f(x)$. Quel type de point sera invariant dans chaque cas ?

Exemple 3

Dites aux élèves d'examiner la notation fonctionnelle avant d'examiner le graphique. Posez ces questions :

- Qu'arrivera-t-il si une fonction $y = f(x)$ subit une transformation et devient $y = f(bx)$? Quelle coordonnée change, l'abscisse ou l'ordonnée ?
- Pourquoi les ordonnées restent-elles les mêmes ?
- Quelle distance est modifiée ?

Les élèves auront peut-être de la difficulté avec les étirements horizontaux et le facteur d'étirement horizontal. Posez-leur ces questions :

- Si $y = f(x)$ devient $y = f(2x)$, le graphique se trouve-t-il deux fois plus loin de l'axe des x ou de l'axe des y ?
- Quelle distance a changé ?
- Pourquoi la distance n'a-t-elle pas doublé ?
- Par quel facteur a-t-elle changé ?
- Quel est l'effet sur le domaine et l'image ?

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Posez une série de questions semblables pour la transformation qui génère $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$.

Consacrez du temps à l'étude de l'exemple avant de passer à la rubrique *À ton tour*. Les élèves doivent découvrir et admettre que le facteur d'étirement horizontal a l'effet contraire de celui auquel ils s'attendent. Discutez aussi du point invariant dans cette situation.

Exemple 4

Avant d'étudier cet exemple, suggérez aux élèves de réfléchir aux éléments qu'ils examineraient avant d'essayer d'écrire l'équation d'une transformée.

Par exemple, posez-leur ces questions :

- Comment pouvez-vous savoir si une fonction a subi une réflexion ou un étirement ?
- Si le graphique a subi une réflexion, comment pouvez-vous déterminer l'axe de réflexion ?
- Si le graphique a subi un étirement, comment pouvez-vous voir si l'étirement est horizontal ou vertical ?
- Quels points significatifs peuvent vous aider ?

Pour chacune de ces questions, demandez aux élèves d'indiquer la partie de l'équation qui sera touchée.

Répondre aux besoins des élèves

- Invitez les élèves à résumer les concepts clés dans leurs propres mots et à inclure des exemples. Dites-leur de ranger leurs résumés de chaque section au même endroit pour avoir un document utile lors de la révision.
- Une brève activité à l'aide d'une image et d'un Mira[MC] peut être utile. L'image, après réflexion, devrait clairement garder la même forme, mais avoir une orientation différente sur la page. Demandez aux élèves d'indiquer l'endroit où il faudrait placer le Mira[MC] pour avoir au moins un point invariant.
- Ajoutez les concepts clés au signet fabriqué pendant l'étude de la section 1.1.

Erreurs fréquentes

- Des élèves ne comprennent pas les effets du paramètre a sur le graphique de la fonction.

Que faire ? Dites-leur de représenter graphiquement x^3, $3x^3$ et $\frac{1}{3}x^3$ dans le même plan cartésien. Demandez-leur de comparer les distances qui séparent les points de l'axe des x pour chaque graphique. Par exemple, les points du graphique de $3x^3$ sont trois fois plus éloignés de l'axe des x que les points du graphique de x^3. Le graphique de $3x^3$ est haut et étroit comparativement à celui de x^3.

D'autre part, par rapport à l'axe des x, les points du graphique de $\frac{1}{3}x^3$ sont au tiers de la distance des points de x^3. Donc, par comparaison, ce graphique est peu élevé et large.

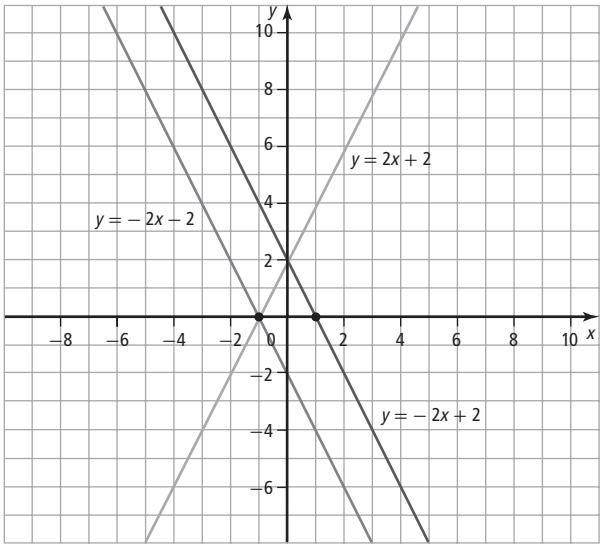
- Des élèves ne comprennent pas les effets du paramètre b sur le graphique de la fonction.

Que faire ? Dites-leur de remplir une table de valeurs pour observer l'effet de la modification du paramètre b. Faites-leur examiner les fonctions $y = f(x)$ et $y = f(2x)$. Si $y = 2$, $x = 2$ pour la première fonction et $x = 1$ pour la seconde. Par conséquent, chaque valeur de x dans $f(2x)$ est à la moitié de la distance qui sépare l'axe des y de la valeur correspondante de x dans $f(x)$.

Réponses

Exemple 1 : *À ton tour*

a)



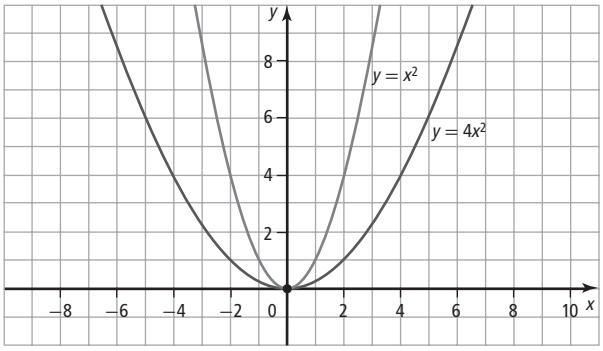
c) Les fonctions résultent de la réflexion de la fonction initiale par rapport à l'axe des x et à l'axe des y respectivement. Le point (–1, 0) est un point invariant de la première fonction. Le point (0, 2) est un point invariant de la seconde fonction.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Réponses

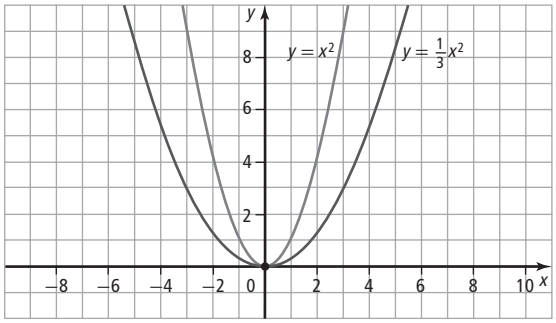
Exemple 2 : *À ton tour*

a)



La transformation est un étirement vertical par un facteur de 4. Le domaine est $\{x \in \mathbb{R}\}$. L'image est $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$. Il y a un point invariant à l'origine.

b)

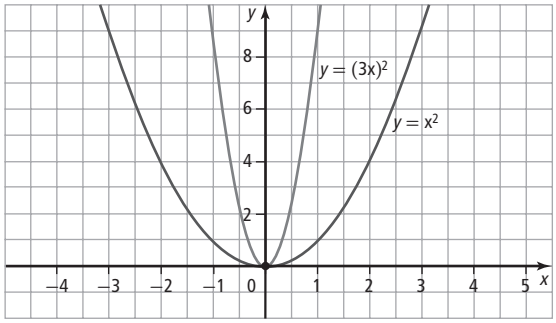


La transformation est un étirement vertical par un facteur de $\frac{1}{3}$.

Le domaine est $\{x \in \mathbb{R}\}$. L'image est $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$. Le sommet, en (0, 0), est un point invariant.

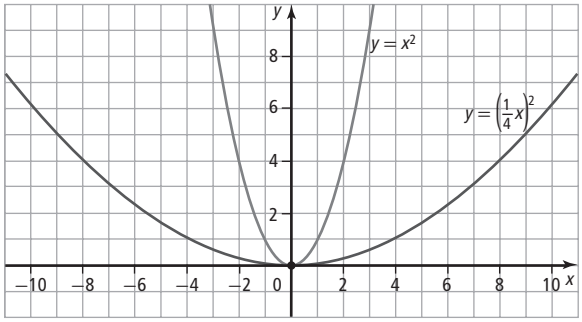
Exemple 3 : *À ton tour*

a)



La transformation est un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{3}$. Le domaine est $\{x \in \mathbb{R}\}$. L'image est $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$.

b)



La transformation est un étirement horizontal par un facteur de 4. Le domaine est $\{x \in \mathbb{R}\}$. L'image est $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$.

Exemple 4 : *À ton tour*

$g(x) = 4x^2$ ou $g(x) = (2x)^2$

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation au service de l'apprentissage	
Exemple 1 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 1.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Si les élèves ont de la difficulté, incitez-les à remplir une table de valeurs et à y inclure plusieurs points du graphique initial et de sa transformée. Cela leur permettra de voir la régularité produite. • Faites remarquer aux élèves que les distances entre les points et l'axe de réflexion sont les mêmes pour le graphique initial et sa transformée.
Exemple 2 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 2.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Si les élèves ont de la difficulté, incitez-les à remplir une table de valeurs et à y inclure plusieurs points du graphique initial et de sa transformée. Cela les aidera à voir la régularité produite. • Demandez aux élèves si le domaine et l'image changent lors de ces transformations.
Exemple 3 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 3.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Demandez aux élèves s'ils croient que le domaine et l'image seront différents. • Demandez aux élèves d'expliquer, de façon générale, ce qui se produit lorsque le paramètre *b* prend une valeur fractionnaire et lorsqu'il prend une valeur entière. • Invitez les élèves à indiquer les diverses façons de représenter une correspondance.
Exemple 4 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 4.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Il peut être plus facile pour certains élèves de décrire verbalement la régularité dans une table de valeurs avant d'écrire l'équation.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Vérifie ta compréhension

À la **question 1,** posez ces questions aux élèves :

- Comment obtenez-vous les points de la colonne 2 ?
- Que devez-vous faire aux points de la colonne 2 pour obtenir ceux de la colonne 3 ?
- Que se passe-t-il quand les points de la colonne 2 sont négatifs ? Quand ils sont positifs ?
- Comment obtenez-vous les points de la colonne 4 ?
- Quelle combinaison de colonnes utilisez-vous pour tracer le graphique ?
- Combien de fonctions y a-t-il ?

Les élèves pourraient tracer le graphique de chaque fonction d'une couleur différente et ajouter une légende de façon à distinguer facilement les fonctions.

Avant de représenter graphiquement les fonctions des **questions 3** et **4,** les élèves devraient indiquer le domaine et l'image de la fonction et de sa transformée. Posez ces questions : Quel est l'effet, sur le domaine et l'image, d'une réflexion par rapport à l'axe des x ? D'une réflexion par rapport à l'axe des y ?

À la **question 7,** dites aux élèves de réfléchir à la façon de savoir, en examinant un graphique, quels paramètres ont changé. Demandez-leur comment reconnaître une réflexion, un étirement vertical ou horizontal ?

À la **question 8,** suggérez aux élèves d'utiliser une table de valeurs. Ils devraient tenir compte des coordonnées qui changent et de la façon dont elles changent.

Avant de passer à la **question 9,** posez cette question : Quand vous remplacez y par une valeur, comme vous le ferez en c), en d) et en f), que devez-vous faire pour obtenir une équation de la forme $y =$?

À la **question 11,** discutez du domaine et de l'image de chaque fonction. Quelles restrictions y a-t-il dans le contexte de la question ?

Pour chaque partie de la **question 14,** demandez aux élèves d'indiquer l'effet de chaque fonction sur les coordonnées des points de $y = f(x)$. Les zéros changent-ils ou restent-ils les mêmes ?

À la **question 16,** vous devrez peut-être rappeler aux élèves qu'après une réflexion, chaque point et son point-image sont à la même distance de l'axe de réflexion. Dites-leur de déterminer la distance qui sépare chaque point significatif de l'axe de réflexion. Ils utiliseront ces renseignements pour faire subir une réflexion aux points.

Répondre aux besoins des élèves

- Remettez la **FR 1-3 Exercices supplémentaires – section 1.2** aux élèves qui en ont besoin.
- Amenez les élèves au gymnase ou dans une grande pièce au plancher carrelé. Tracez un graphique sur le plancher à l'aide de ruban-cache en plaçant les points significatifs à l'intersection de carreaux. Les élèves peuvent ensuite se déplacer pour représenter diverses transformations. S'il y a cinq points significatifs, invitez cinq élèves à représenter la transformation. Invitez cinq autres élèves à représenter une autre transformation du même graphique.
- Les élèves peuvent créer une murale par des transformations d'une fonction. Cela peut devenir une œuvre d'art. Par exemple, ils peuvent tracer les segments de la fonction à l'aide d'un trait noir continu et colorer les figures fermées. Assurez-vous qu'ils peuvent écrire l'équation des transformées.

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation au service de l'apprentissage	
Exerce-toi* et *Applique ce que tu as appris Demandez aux élèves de répondre aux questions 1 à 6 et 8 à 10. Les élèves qui y parviennent sans difficulté peuvent passer aux questions suivantes.	• Assurez-vous que les élèves connaissent la différence entre une réflexion (question 1) et un étirement (question 2). Au besoin, révisez la définition de *points invariants.* • Certains élèves auront besoin d'aide pour comprendre le sens de « par rapport à l'axe des x ». Demandez-leur de décrire ou d'esquisser un exemple avant de leur assigner la question 6. • Si les élèves ont de la difficulté à répondre aux questions de la rubrique *Applique ce que tu as appris,* suggérez-leur de remplir d'abord une table de valeurs, puis d'utiliser la régularité et les coordonnées pour esquisser le graphique de la transformée.
Évaluation en tant qu'apprentissage	
Fais des liens Demandez à tous les élèves de répondre aux questions 17 à 19. Les élèves qui ont terminé peuvent répondre aux autres questions.	• La question 17 demande aux élèves de faire une distinction importante qui démontre leur compréhension des étirements horizontaux. Invitez les élèves à comparer leur réponse avec celle d'une ou d'un camarade ou discutez des réponses en groupe-classe. • Si les élèves ont de la difficulté à la question 18, suggérez-leur d'esquisser un graphique ayant les points invariants indiqués. Invitez des élèves à présenter leur réponse. • Il y a plus d'une réponse juste à la question 19. Invitez les élèves à travailler deux par deux pour répondre à cette question.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Combiner des transformations

1.3

***Mathématiques pré-calcul 12*, pages 32 à 43**

Durée suggérée
de 90 à 120 min

Matériel
- papier quadrillé
- règle

Feuilles reproductibles
FRO 3 Papier quadrillé à 1 cm
FR 1-4 Exercices supplémentaires – section 1.3

Processus mathématiques pertinents à chaque résultat d'apprentissage spécifique

RF4 Appliquer des translations et des compressions ou des étirements aux graphiques de fonctions et à leurs équations respectives.

- ☑ Communication (C)
- ☑ Liens (L)
- ☑ Raisonnement (R)
- ☑ Visualisation (V)

Catégorie	Questions
Essentiel (questions minimales requises pour atteindre les résultats d'apprentissage)	1 à 7, 9, deux parmi 10 à 14, 19, 21
Typique	1 à 12, 19, 21
Approfondi/Enrichi	15 à 18, 19 à 22

Notes pour la planification

Avant d'amorcer cette section, invitez les élèves à revoir les transformations qu'ils ont étudiées jusqu'à maintenant. Les élèves peuvent discuter des transformations en groupes, puis présenter un bref résumé à la classe. Ils peuvent illustrer les réflexions, les translations et les étirements à l'aide de motifs autochtones qui ornent des ouvrages perlés, des couvertures et des tableaux.

Exploration : l'ordre des transformations

Vous pouvez aborder l'étape 1 différemment en demandant aux élèves d'indiquer ce que serait l'équation du graphique s'ils lui faisaient subir un étirement vertical. Posez-leur ensuite cette question : Si vous ajoutez un étirement horizontal à votre équation, qu'est-ce qui change ? Les élèves pourraient ensuite inverser l'ordre des transformations et vérifier s'ils obtiennent la même équation. Invitez les élèves à discuter de la raison pour laquelle l'ordre des étirements n'a pas d'importance.

Une autre approche consiste à former des groupes d'élèves et à remettre une fonction différente à chacun. Quand les groupes ont terminé l'activité, invitez-les à comparer leurs résultats. Cela aidera les élèves à généraliser leurs résultats.

Vous pouvez demander aux élèves d'écrire la règle de correspondance des fonctions avant et après l'ensemble des transformations. Certains élèves reconnaîtront que la règle de correspondance $(x, y) \rightarrow \left(\frac{1}{b}x + h, ay + k\right)$ peut aussi s'écrire sous la forme $(x, y) \rightarrow \left(\frac{1}{b}(x + bh), a\left(y + \frac{k}{a}\right)\right)$, ce qui change l'ordre des transformations.

L'élève qui examine la fonction $y = 2\sqrt{x} + 6$ et qui décrit la transformation subie par $y = \sqrt{x}$ comme une translation de six unités vers le haut et un étirement vertical par un facteur de 2 a autant raison que l'élève qui interprète la transformation comme un étirement vertical par un facteur de 2 suivi d'une translation de six unités vers le haut. Une autre approche consiste à faire la translation des axes, à appliquer l'étirement, puis à effectuer une réflexion par rapport à l'origine obtenue par translation. Certains élèves trouveront peut-être cette autre approche plus facile.

Répondre aux besoins des élèves

- Discutez des résultats d'apprentissage et des indicateurs de rendement pertinents à cette section. Incitez les élèves à dresser une liste des termes et des définitions présentés dans la section.
- Invitez une personne qui fabrique des courtepointes à venir en présenter quelques-unes qui comportent des transformations. Vous pouvez même amener les élèves à réaliser une courtepointe en demandant à chacun de créer un carré. Ensuite, ils peuvent assembler les carrés avec l'aide de la personne invitée. Les élèves peuvent organiser une loterie, remettre la courtepointe comme premier prix et utiliser les recettes pour payer des dépenses liées à la cérémonie de remise des diplômes ou les remettre à une organisation de leur choix.
- Les élèves peuvent travailler deux par deux ou en groupes de trois. Chaque élève fait subir les

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

transformations aux graphiques selon un ordre différent. Les élèves comparent ensuite les résultats. Vous pouvez confier la partie sur les étirements à la moitié des groupes et la partie sur les combinaisons de transformations à l'autre moitié. Pour terminer, discutez de l'activité avec la classe.

Enrichissement

La population de certains animaux arctiques, comme le lièvre d'Amérique, suit une régularité qui ressemble à une parabole inversée. Au début du cycle, la population croît souvent parce que l'augmentation du nombre d'individus est si rapide que les populations de prédateurs ne sont pas suffisantes pour contenir la croissance. Toutefois, le déclin est presque assuré en raison de la famine et des maladies. Invitez les élèves à tracer des graphiques qui montrent ce qui pourrait arriver si, en réponse à une croissance subite de la population, on introduisait un nouveau prédateur dans le domaine du lièvre. Quel serait l'effet de cette action sur le cycle naturel ? Demandez aux élèves d'expliquer s'ils appuient l'introduction de ce nouveau prédateur ou s'ils s'y opposent.

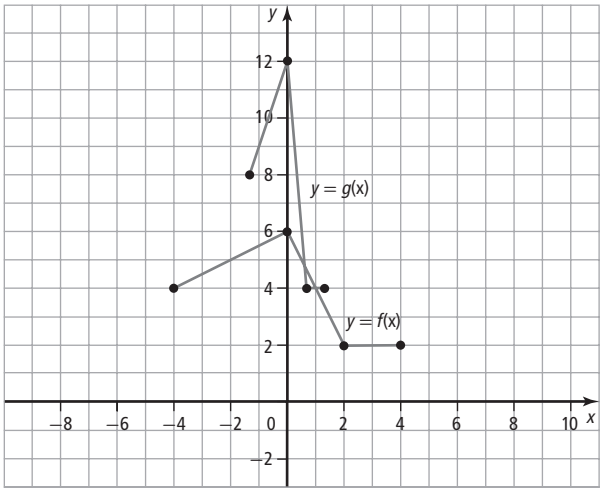
Douance

Demandez aux élèves d'explorer la façon dont la représentation graphique de fonctions mathématiques permet d'améliorer la compréhension des causes et des effets du réchauffement planétaire. Comment les mathématiques liées à ces régularités pourraient-elles aider à protéger la planète ? Demandez aux élèves de donner un exemple précis d'un graphique qui renseigne la population et amène un changement positif.

Réponses

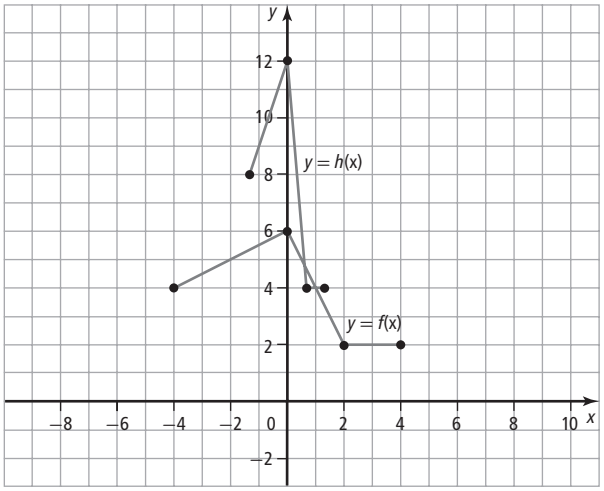
Exploration : l'ordre des transformations

1. b)



$y = 2f(x); y = 2f\left(\frac{1}{3}x\right)$

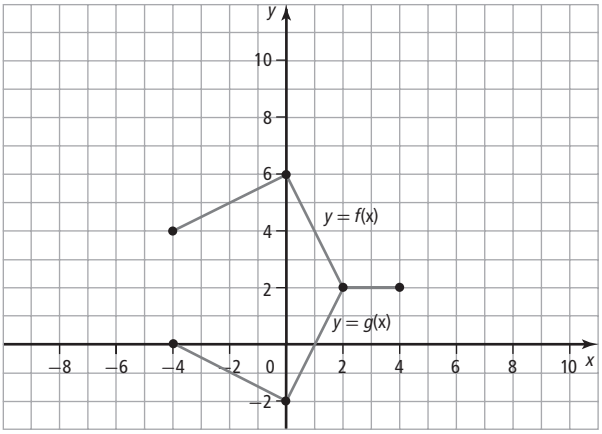
c)



$y = f\left(\frac{1}{3}x\right), y = 2f\left(\frac{1}{3}x\right)$

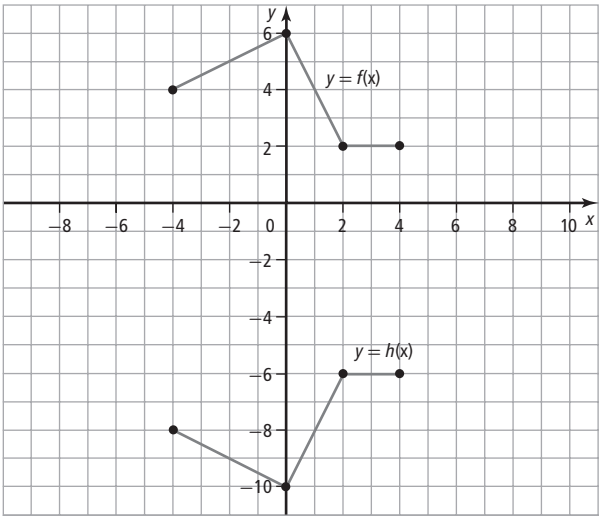
2. Non

3. b)



$y = -f(x); y = -f(x) + 4$

c)



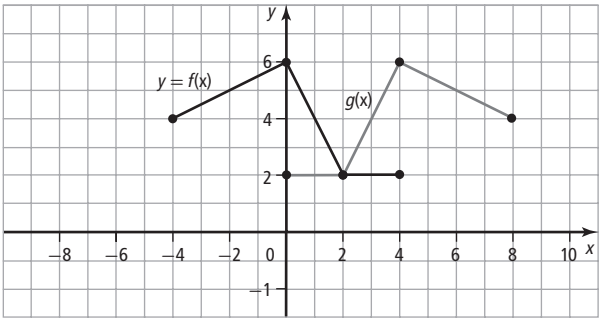
$y = f(x) + 4; y = -f(x) - 4$

4. Oui ; la translation verticale éloigne le graphique de l'axe des *x* quand on l'effectue en premier. Quand on l'effectue après la réflexion par rapport à l'axe des *x*, la translation verticale rapproche le graphique de l'axe des *x*.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

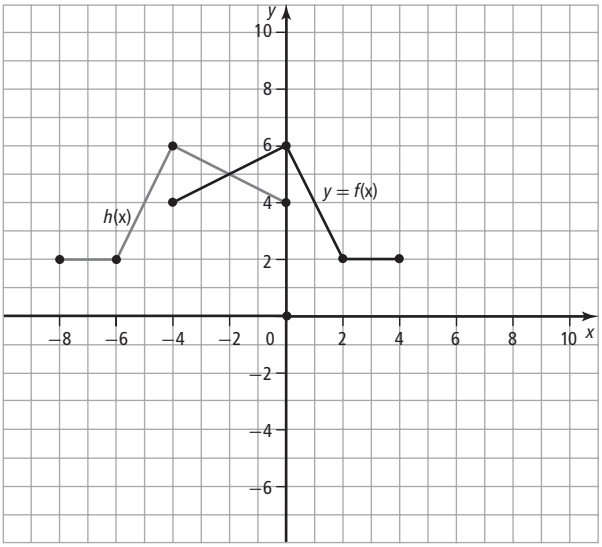
Réponses

5. b)



$y = f(-x)$; $y = f(-(x - 4))$

c)



$y = f(x - 4)$; $y = f(-x - 4)$

6. Oui ; puisque la réflexion par rapport à l'axe des *y* dépend de la distance entre les points et l'axe des *y*, effectuer la translation horizontale avant la réflexion modifie le résultat final.

7. a) Non ; l'ordre n'aurait pas d'importance puisque l'étirement vertical est indépendant du terme constant qui détermine la translation verticale de la fonction.

8. Il faudrait effectuer toutes les réflexions en premier pour que les translations ultérieures donnent le bon graphique.

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation en tant qu'apprentissage	
Réfléchis et réagis Demandez aux élèves de répondre aux questions. Écoutez-les parler de ce qu'ils ont appris au cours de l'activité d'exploration. Incitez-les à faire des généralisations et à formuler une conclusion au sujet de leurs découvertes.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Incitez les élèves à effectuer l'étirement vertical avant la translation verticale, puis à inverser l'ordre des transformations avant de prédire si l'ordre modifie la réponse. • Discutez des questions de la rubrique *Réfléchis et réagis* en groupe-classe. • Ultérieurement, vous pourriez discuter du fait qu'il faut effectuer les transformations selon l'ordre alphabétique de leurs paramètres : *a*, *b*, *h*, *k*.

Exemple 1

Demandez aux élèves de décrire dans leurs propres mots ce que les fonctions $y = 3f(2x)$ et $y = f(3x + 6)$ représentent. Posez-leur les questions suivantes :

- Quelles transformations ont été effectuées ?
  - S'il s'agit d'un étirement, est-il horizontal ou vertical ?
  - S'il s'agit d'une translation, est-elle horizontale ou verticale ?
- Pourquoi l'étirement horizontal est-il effectué par rapport à l'axe des *y* et non pas par rapport à l'axe des *x* ?
- Pourquoi l'étirement vertical est-il effectué par rapport à l'axe des *x* et non pas par rapport à l'axe des *y* ?

À la question de la rubrique *À ton tour*, demandez aux élèves d'indiquer l'effet qu'aura une valeur de *b* de $\frac{1}{2}$.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Exemple 2

Demandez aux élèves d'indiquer l'ordre dans lequel il faut effectuer les transformations.

Exemple 3

Vous pouvez demander une fois de plus aux élèves d'indiquer l'ordre qu'ils doivent suivre pour déterminer l'équation. Demandez-leur d'expliquer pourquoi le sommet de la fonction est utile pour déterminer s'il y a eu une translation alors qu'il ne permet pas de déterminer s'il y a eu un étirement. Les élèves pourraient représenter les transformations une à une à l'aide de couleurs différentes pour mieux voir la progression de $f(x)$ à $g(x)$. Si les élèves ont de la difficulté à déterminer l'étirement, ils peuvent résoudre une équation semblable à (valeur initiale)(facteur d'étirement) = (valeur finale) et déterminer le facteur d'étirement.

Si les élèves ont toujours de la difficulté, vous pouvez expliquer d'une autre façon comment déterminer a et b. Pour le paramètre a, donnez les instructions suivantes :

- Examinez la fonction initiale, $f(x)$. Cette fonction a une hauteur de quatre unités, de $y = 0$ à $y = 4$.
- Examinez la transformée, $g(x)$. Cette fonction a une hauteur de huit unités, de $y = 2$ à $y = 10$.
- La hauteur de $g(x)$ est le double de celle de $f(x)$. Il y a donc un étirement vertical par un facteur de 2. Par conséquent, $a = 2$.

Pour le paramètre b, donnez les instructions suivantes aux élèves :

- Examinez la fonction initiale, $f(x)$. Cette fonction a une largeur de huit unités, de $x = -4$ à $x = 4$.
- Examinez la transformée, $g(x)$. Cette fonction a une largeur de deux unités, de $x = -8$ à $x = -6$.
- La largeur de $g(x)$ est le quart de celle de $f(x)$. Il y a donc un étirement horizontal par un facteur de un quart. Par conséquent, $b = 4$.

Répondre aux besoins des élèves

- Invitez les élèves à résumer les concepts clés dans leurs propres mots et à inclure des exemples. Dites-leur de ranger leurs résumés de chaque section au même endroit pour avoir un document utile lors de la révision.
- Affichez l'équation $y - k = af(b(x - h))$ ou $y = af(b(x - h)) + k$ au tableau. Indiquez le rôle de chaque variable. Il peut être bon pour certains élèves de voir un résumé du processus complet avant de discuter des diverses parties séparément. Laissez ce résumé affiché pour le reste du chapitre.

Erreurs fréquentes

- Des élèves ne saisissent pas les effets du paramètre b et croient qu'une fonction telle que $y = 3f(2x)$ a subi un étirement horizontal par un facteur de 2 par rapport à l'axe des y.

Que faire ? Revoyez cette matière avec les élèves et utilisez une table de valeurs pour montrer que même s'il semble que les valeurs de x ont doublé, elles ont en fait diminué de moitié.

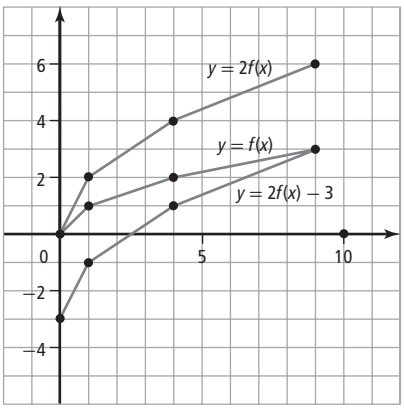
- Des élèves ont de la difficulté à représenter graphiquement une transformée qui résulte de plusieurs transformations.

Que faire ? Suggérez à ces élèves de répondre aux questions en effectuant une transformation à la fois.

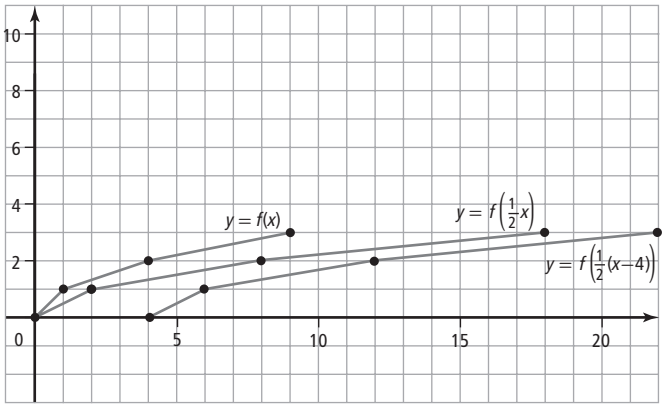
Réponses

Exemple 1 : *À ton tour*

a) La fonction subit un étirement vertical par un facteur de 2, puis une translation de 3 unités vers le bas.



b) La fonction subit un étirement horizontal par un facteur de 2 par rapport à l'axe des y. Elle subit ensuite une translation de 4 unités vers la droite.

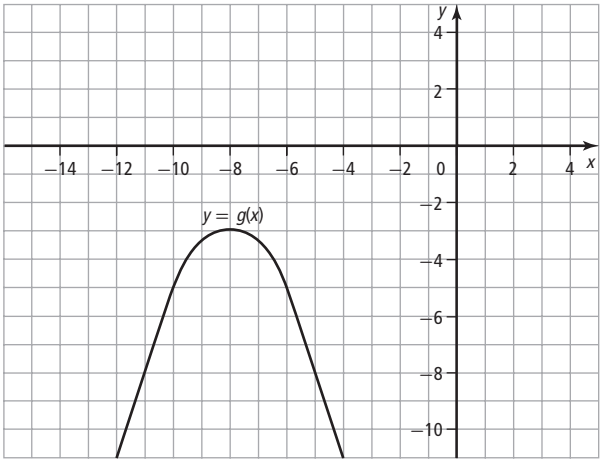


Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Réponses

Exemple 2 : *À ton tour*

Les transformations sont une réflexion par rapport à l'axe des x, un étirement vertical par un facteur de 2, un étirement horizontal par un facteur de 2 et une translation de 8 unités vers la gauche et de 3 unités vers le bas ; $g(x) = -2\left(\frac{1}{2}(x + 8)\right)^2 - 3$.



Exemple 3 : *À ton tour*

$y = -\frac{3}{4}(x - 3)^2 - 4$. Le sommet se trouve au point (3, 4), donc $p = 3$ et $q = 4$. J'exprime la fonction sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$, en remplaçant p par 3 et q par 4. Je choisis ensuite un autre point de la parabole, (1, −7), et je remplace x et y par ses coordonnées dans l'équation $y = a(x - 3)^2 + 4$. J'obtiens $-7 = a(1 - 3)^2 + 4$. J'isole a et je détermine sa valeur. Pour écrire l'équation, je substitue les valeurs à a, à p et à q dans la forme $y = a(x - p)^2 + q$.

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation au service de l'apprentissage	
Exemple 1 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 1.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Dites aux élèves de comparer leurs idées quant aux transformations qu'il faut effectuer afin d'en arriver à un consensus. • Dites aux élèves de comparer leur graphique final avec celui d'une autre équipe en tenant compte de l'ordre des transformations.
Exemple 2 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 2.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Rappelez aux élèves de penser à l'ordre alphabétique afin d'effectuer les transformations dans le bon ordre. • Dites aux élèves de comparer leurs résultats avec ceux d'une ou d'un camarade, ou invitez des groupes à présenter leurs réponses et discutez des différences qui sont apparues. Demandez aux élèves d'expliquer pourquoi des différences sont apparues.
Exemple 3 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 3.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Il peut être bon pour certains élèves de décrire verbalement les différences qu'ils observent entre les deux graphiques avant de commencer à écrire une équation. Aidez-les à faire le lien entre leur description orale et les valeurs possibles des paramètres a, b, h et k pour déterminer $g(x)$. • Certains élèves voudront peut-être utiliser une technologie de représentation graphique pour vérifier leur raisonnement.

Vérifie ta compréhension

À la **question 4,** incitez les élèves à remplir une table de valeurs pour la fonction initiale et une table de valeurs pour la transformée. Il pourrait ainsi être plus facile pour eux de voir les transformations quand ils comparent les fonctions point par point.

À la **question 6,** demandez aux élèves d'indiquer l'ordre des étapes à suivre pour montrer la transformation du point. Suggérez-leur d'essayer différentes séquences pour vérifier s'ils obtiennent le même résultat final.

À la **question 9,** demandez aux élèves ce qu'ils doivent faire aux équations en a) et en e) pour faciliter leur représentation graphique.

Suggérez aux élèves de remplir une table de valeurs à la **question 10** afin de comparer les points significatifs de chaque fonction. Cela les aidera à reconnaître les transformations. Posez-leur cette question : Laquelle des transformations est la plus facile à reconnaître ?

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Demandez aux élèves d'indiquer les transformations appliquées à la **question 11.** Les élèves peuvent représenter graphiquement les transformations une à une pour répondre à cette question. Ils peuvent commencer par représenter graphiquement les étirements, puis les réflexions, et finir par les translations. Une approche étape par étape comme celle-ci aidera les élèves qui ont de la difficulté.

Demandez aux élèves d'expliquer pourquoi il y a une restriction sur l'image à la **question 14,** selon eux. Dites-leur d'indiquer ce que sera l'image restreinte de la transformée.

Demandez aux élèves d'indiquer les transformations effectuées à la **question 16.** Demandez-leur d'expliquer comment ils peuvent faire subir ces transformations à une valeur inconnue. Quel ordre doivent-ils suivre pour s'assurer d'obtenir la bonne valeur ? Incitez les élèves à répondre à ces questions une étape à la fois.

À la question 19, vous devrez peut-être expliquer les paramètres d'affichage définis aux étapes 1 et 2. Les paramètres d'affichage x : [−3, 3, 1] y : [−3, 3, 1] indiquent que la fenêtre s'étend de −3 à 3 pour l'axe des x et l'axe des y et que les axes sont gradués à intervalles de 1.

Répondre aux besoins des élèves

- Remettez la **FR 1-4 Exercices supplémentaires – section 1.3** aux élèves qui ont besoin de s'exercer davantage.
- Les élèves voudront peut-être refaire l'activité de représentation des transformations décrite à la section 1.2.
- Les objets traditionnels et contemporains créés et fabriqués par les Autochtones illustrent tous les aspects des transformations. Suggérez aux élèves de faire une recherche sur des sujets tels que les couvertures en étoile, les objets perlés, les tableaux autochtones, les raquettes à neige et les canots d'écorce de bouleau. Où voit-on des transformations dans ces objets ? Suggérez aux élèves de présenter leurs découvertes.

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation au service de l'apprentissage	
Exerce-toi* et *Applique ce que tu as appris Demandez aux élèves de répondre aux questions 1 à 7, 9 et deux parmi 10 à 14. Les élèves qui y parviennent sans difficulté peuvent passer aux questions suivantes.	• Les questions 1, 2 et 3 sont d'excellentes questions pour l'évaluation au service de l'apprentissage. Utilisez-les pour déterminer si les élèves sont prêts à répondre à d'autres questions. Servez-vous de tout graphique mal annoté comme outil pour revenir sur la compréhension que les élèves ont des paramètres. • Utilisez les questions 4, 5 et 6 comme questions d'évaluation supplémentaires si les élèves ont eu besoin de beaucoup d'aide pour répondre aux questions précédentes. • Les questions 7 et 9 fournissent d'excellents indicateurs de rendement et peuvent servir à faire un suivi après l'aide apportée aux élèves. Invitez les élèves à discuter de leurs résultats et à les comparer avec ceux d'une ou d'un camarade ou discutez des résultats en groupe-classe.
Évaluation en tant qu'apprentissage	
Fais des liens Demandez à tous les élèves de répondre aux questions 19 et 21.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux ou en petits groupes pour répondre à la question 19, Labo éclair. Invitez les groupes à faire part de leur raisonnement à la classe. • Certains élèves auront peut-être besoin d'aide pour compléter le carré à la question 21. Suggérez-leur de nommer les paramètres et d'indiquer l'effet qu'ils auront sur le graphique de $y = x^2$.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

La réciproque d'une relation

1.4

***Mathématiques pré-calcul 12*, pages 44 à 55**

Durée suggérée
de 60 à 90 min

Matériel
- papier quadrillé
- règle
- Mira[MC]

Feuilles reproductibles
FRO 3 Papier quadrillé à 1 cm
FR 1-5 Exercices supplémentaires – section 1.4

Processus mathématiques pertinents à chaque résultat d'apprentissage spécifique

RF5 Démontrer une compréhension des effets de réflexions (rabattements) sur les graphiques de fonctions et leurs équations respectives, y compris des réflexions (rabattements) par rapport à :
- l'axe des x ;
- l'axe des y ;
- la droite $y = x$.

☑ Communication (C)
☑ Liens (L)
☑ Raisonnement (R)
☑ Visualisation (V)

RF6 Démontrer une compréhension des réciproques de relations.

☑ Communication (C)
☑ Liens (L)
☑ Raisonnement (R)
☑ Visualisation (V)

Catégorie	Questions
Essentiel (questions minimales requises pour atteindre les résultats d'apprentissage)	1, 2 à 8, 10 à 12, 23 à 25
Typique	2 à 7, 9 à 11, 13 à 15, une parmi 16 à 18, 23 à 25
Approfondi/Enrichi	15, 19 à 21, 22 à 25

Notes pour la planification

Pour commencer, montrez aux élèves à l'aide d'un graphique que la réciproque d'une fonction est en fait une réflexion par rapport à la droite $y = x$. Il sera alors plus facile pour beaucoup d'élèves de passer à une approche algébrique pour déterminer une réciproque. Vous pouvez aussi utiliser un graphique pour revoir la définition d'une fonction et ce qui en fait une fonction. La compréhension de ce concept est très importante pour l'étude des réciproques. Il est également utile de réviser la priorité des opérations et la façon de réécrire des équations et de les résoudre, en indiquant le domaine et l'image.

Exploration : la réciproque d'une fonction

À l'étape 1, vous pouvez donner aux élèves la règle de correspondance $(x, y) \rightarrow (y, x)$ pour les aider à remplir le tableau.

À l'étape 2, les élèves peuvent placer un Mira[MC] le long de la droite $y = x$ et noter ce qu'ils observent.

Posez cette question aux élèves : Si vous pouvez tracer les réciproques de fonctions à l'aide de réflexions, pouvez-vous les tracer à l'aide d'autres types de transformations ? Invitez les élèves à examiner plusieurs fonctions et leur réciproque pour vérifier s'ils peuvent utiliser d'autres transformations.

Demandez aux élèves si la réciproque d'une fonction est toujours une fonction. Posez-leur ces questions :
- Si la réciproque d'une fonction n'est pas une fonction, pouvez-vous restreindre le domaine de la fonction initiale de sorte que la réciproque soit une fonction ?
- La réciproque d'une fonction linéaire est-elle aussi une fonction linéaire ? Cela est-il vrai pour les fonctions quadratiques ?
- La réciproque d'une fonction est-elle du même degré que la fonction initiale ?

Vous pouvez aussi parler aux élèves de la notation fonctionnelle appropriée. Quand la réciproque de f n'est pas une fonction, on la note y^{-1}, qui se lit « réciproque de y ».

Répondre aux besoins des élèves

- Discutez des résultats d'apprentissage et des indicateurs de rendement pertinents à cette section. Incitez les élèves à dresser une liste des termes et des définitions présentés dans la section.
- Incitez les élèves à esquisser chaque graphique d'une couleur différente. La droite d'équation $y = x$ devrait être représentée par un trait noir continu.
- Revoyez la façon d'écrire l'équation d'une droite. ($y = mx + b$)
- Les élèves peuvent travailler deux par deux pour écrire l'équation de la réciproque de diverses équations données. Ils peuvent ensuite travailler

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

ensemble pour découvrir la méthode qui permet d'écrire la réciproque de n'importe quelle équation.

Enrichissement

Décrivez la situation suivante : Un élève de 8e année doit compléter l'énoncé : « 4 % de 100 est équivalent à 8 % de ___ ». Il pose la proportion $\frac{4}{100} = \frac{8}{?}$ afin de répondre à la question. Demandez aux élèves d'expliquer pourquoi cette stratégie est inappropriée et pourquoi le mot *réciproque* pourrait être utilisé dans l'explication.

Douance

La formule $d = vt$ permet de déterminer la distance parcourue par un objet se déplaçant à une vitesse constante pendant une période de temps. On peut écrire une réciproque si on intervertit d et t. Demandez aux élèves si cela a du sens compte tenu de l'objectif de la formule initiale.

Erreurs fréquentes

- Des élèves intervertissent x et y pour déterminer la réciproque, mais ils intervertissent aussi les signes. Par exemple, ils font l'interversion suivante : $(3, -4) \rightarrow (4, -3)$.

Que faire ? Rappelez aux élèves qu'il faut intervertir l'abscisse et l'ordonnée dans leur intégralité. Les élèves peuvent tracer les points (3, –4) et (4, –3), puis placer un Mira[MC] sur la droite d'équation $y = x$ pour constater que les points ne subissent pas une réflexion par rapport à cette droite. Donc, la bonne interversion est $(3, -4) \rightarrow (-4, 3)$.

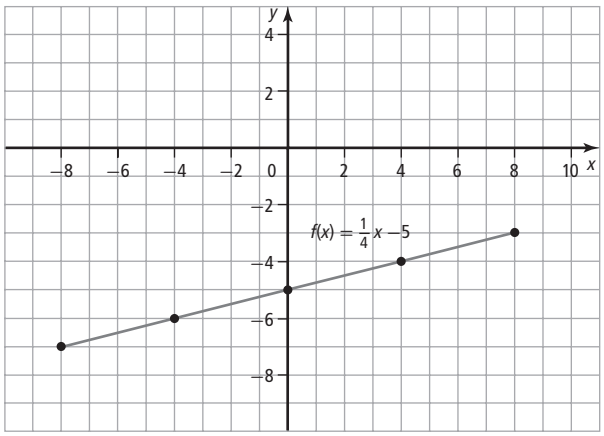
Réponses

Exploration : la réciproque d'une fonction

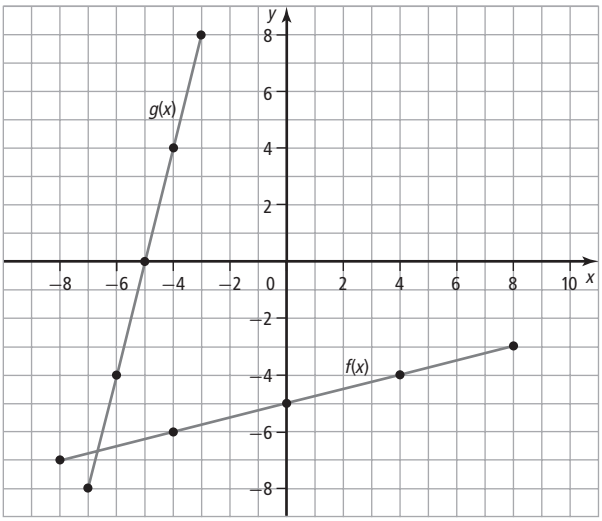
1. a)

Points significatifs du graphique de $f(x)$	Points-images du graphique de $g(x)$
(−8, −7)	(−7, −8)
(−4, −6)	(−6, −4)
(0, −5)	(−5, 0)
(4, −4)	(−4, 4)
(8, −3)	(−3, 8)

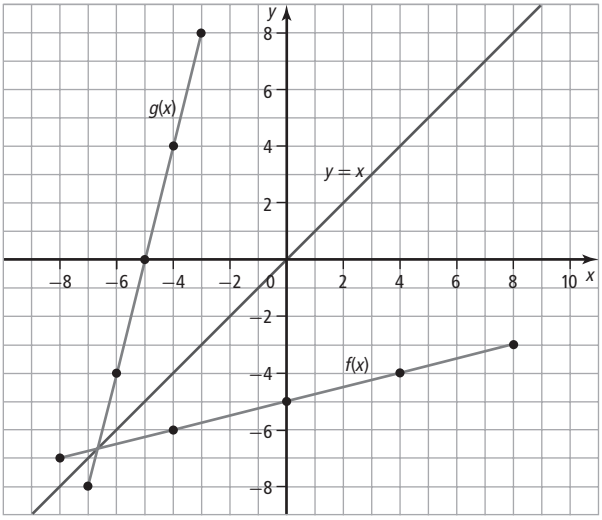
b)



c)



2. a)



b) Les distances sont les mêmes pour les deux fonctions.
c) Une réflexion par rapport à la droite d'équation $y = x$

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Réponses

3. a) Les coordonnées des points sont interverties.

b) $y = 4x + 20$

c) Oui, la réciproque est une fonction. Elle associe chaque valeur de x à une et une seule valeur de y.

4. La fonction doit subir une réflexion par rapport à la droite $y = x$.

5. Les réciproques ne sont pas toutes des fonctions. Par exemple, la réciproque d'une fonction quadratique a deux solutions qui sont des fonctions racine carrée. Ensemble, ces deux fonctions forment une relation et non pas une fonction.

6. a) On remplace x par y et vice versa. On isole y et la fonction apparaît.

b) $y = \frac{x}{3} - \frac{2}{3}$

7. a) La pente du graphique de la réciproque est l'inverse de la pente du graphique de la fonction initiale.

b) Les abscisses à l'origine de la fonction initiale deviennent les ordonnées à l'origine de la réciproque. La même relation vaut aussi pour les ordonnées à l'origine de la fonction initiale et les abscisses à l'origine de la réciproque.

8. On peut déterminer les abscisses à l'origine et les ordonnées à l'origine, puis vérifier si elles satisfont la conjecture émise à l'étape 7. On peut aussi utiliser la conjecture selon laquelle la pente est la réciproque.

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation en tant qu'apprentissage	
Réfléchis et réagis Demandez aux élèves de répondre aux questions. Écoutez-les parler de ce qu'ils ont appris au cours de l'activité d'exploration. Incitez-les à faire des généralisations et à formuler une conclusion au sujet de leurs découvertes.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Rappelez aux élèves que la réciproque est une réflexion par rapport à la droite d'équation $y = x$, ou amenez-les à le découvrir. Dressez une liste des suggestions faites par les élèves quant aux façons de vérifier si une relation est une fonction. • Discutez des résultats de la question 7 en groupe-classe, car il s'agit d'une question importante. Incitez les élèves à résumer la discussion dans leur organisateur graphique.

Exemple 1

Revoyez la définition d'une fonction et le test de la droite verticale avec les élèves. Discutez du fait que si la réciproque d'une fonction échoue au test de la droite verticale, elle n'est pas une fonction. Posez cette question aux élèves : Pourquoi vérifier si la fonction réussit ou non le test de la droite horizontale permet-il aussi de déterminer si la réciproque est une fonction ?

Exemple 2

Demandez aux élèves d'expliquer pourquoi le domaine de $f(x)$ doit être restreint pour que la réciproque soit une fonction. Posez-leur ces questions :

- Si le domaine n'était pas restreint, quelle notation pourriez-vous utiliser pour décrire la réciproque ?
- Après avoir restreint le domaine, pouvez-vous utiliser la notation fonctionnelle ?
- Pouvez-vous indiquer une autre façon de restreindre le domaine de sorte que la réciproque soit une fonction ?

Exemple 3

Plusieurs méthodes peuvent aider les élèves à déterminer la réciproque d'une fonction. Les élèves qui ont de solides habiletés algébriques aimeront les méthodes présentées dans la ressource de l'élève. Avant d'étudier la solution, parlez des effets de l'interversion des variables et de la façon d'isoler y. Demandez aux élèves d'expliquer pourquoi cette stratégie permet d'obtenir la réciproque. Demandez-leur aussi d'indiquer ce qu'ils remarquent au sujet de la droite discontinue d'équation $y = x$ par rapport au graphique de la fonction et à celui de sa réciproque.

Répondre aux besoins des élèves

- Affichez des exemples de réciproques de relations et de réciproques de fonctions dans la classe.
- Invitez les élèves à résumer les concepts clés dans leurs propres mots et à inclure des exemples. Dites-leur de ranger leurs résumés de chaque section au même endroit pour avoir un document utile lors de la révision.
- Préparez un ensemble de graphiques qui montrent des fonctions, des fonctions bijectives et des relations qui ne sont pas des fonctions. Aidez les élèves à nommer les graphiques correctement.
- Il peut être plus facile pour les élèves d'indiquer le domaine et l'image en examinant le graphique de la fonction.
- Invitez les élèves à travailler deux par deux. Un membre de l'équipe donne des instructions à l'autre pour l'amener à écrire l'équation de la réciproque d'une fonction donnée. Ensuite, les élèves inversent les rôles et utilisent une fonction différente.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Erreur fréquente

- Des élèves déterminent incorrectement la réciproque d'une fonction donnée. Par exemple, quand ils déterminent la réciproque de $f(x) = 3x + 2$, certains élèves obtiennent $f(x)^{-1} = 3x - 2$ plutôt que $f(x)^{-1} = \frac{x-2}{3}$.

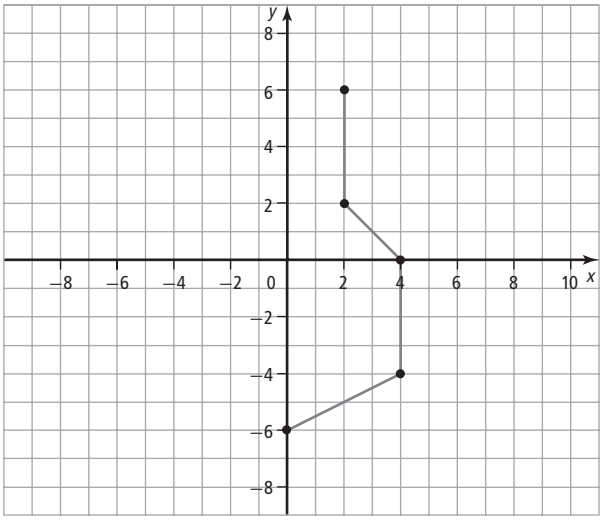
Que faire ? Rappelez aux élèves que toutes les opérations doivent être annulées. Si on additionne 2 à x, alors il faut soustraire 2 de y. Puisque dans cet exemple x est multiplié par 3, y sera divisé par 3. Les élèves peuvent suivre la priorité des opérations dans l'ordre inverse : additionner et soustraire d'abord, puis multiplier et diviser.

Réponses

Exemple 1 : *À ton tour*

a) La relation initiale est une fonction, mais le test de la droite horizontale révèle que la réciproque est une relation.

b)



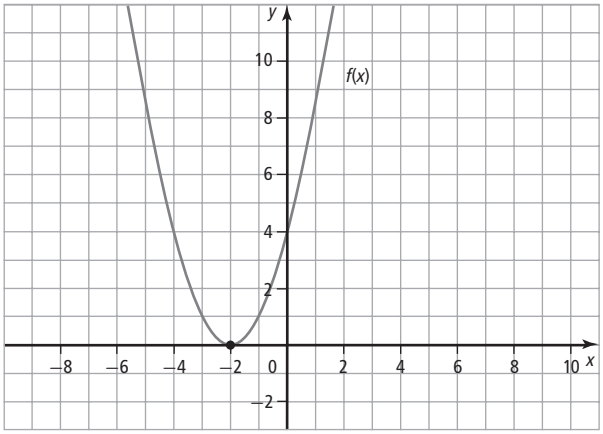
c) Fonction initiale : le domaine est $-6 \leq x \leq 6$, l'image est $0 \leq y \leq 4$, l'abscisse à l'origine est $(-6, 0)$, l'ordonnée à l'origine est $(0, 4)$.

Réciproque : le domaine est $0 \leq x \leq 4$, l'image est $-6 \leq y \leq 6$, l'abscisse à l'origine est $(4, 0)$, l'ordonnée à l'origine est $(0, -6)$.

d) Point invariant : $(2, 2)$

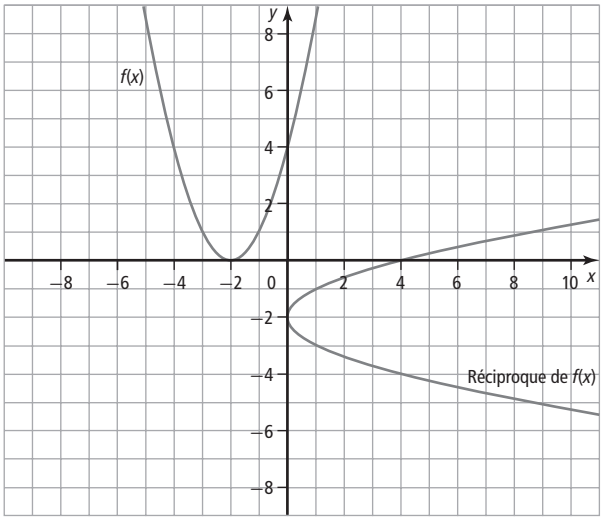
Exemple 2 : *À ton tour*

a)



D'après le test de la droite horizontale, la réciproque n'est pas une fonction.

b)



c) Pour que la réciproque soit une fonction, il faudrait restreindre le domaine de $f(x)$ soit aux valeurs supérieures ou égales à -2, soit aux valeurs inférieures ou égales à -2.

Exemple 3 : *À ton tour*

$y = 3x - 8$

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation au service de l'apprentissage	
Exemple 1 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 1.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Montrez aux élèves que la réciproque résulte d'une réflexion par rapport à la droite d'équation $y = x$. Les points-images sont à la même distance (perpendiculaire) de cette droite que les points initiaux. • Certains élèves verront la réciproque uniquement comme une interversion de x et de y. Assurez-vous qu'ils comprennent l'effet de cette interversion sur une fonction. • Demandez aux élèves d'expliquer l'effet de la réciproque sur le domaine et l'image. Il est important qu'ils établissent ce lien.
Exemple 2 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 2.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Revoyez avec les élèves les façons de vérifier si une relation est une fonction (c'est-à-dire la correspondance et le test de la droite verticale). • Certains élèves voudront inclure la droite d'équation $y = x$ dans leur graphique pour mieux représenter graphiquement et visualiser la réciproque.
Exemple 3 Demandez aux élèves de faire l'exercice de la rubrique *À ton tour* de l'exemple 3.	• Vous pouvez inviter les élèves à travailler deux par deux. • Montrez aux élèves à remplacer $f(x)$ par y de sorte qu'ils puissent intervertir x et y. Rappelez-leur d'écrire la nouvelle équation en fonction de y.

Vérifie ta compréhension

Demandez aux élèves comment ils aborderont la **question 1.** Posez-leur les questions suivantes :

- Si vous tracez la droite d'équation $y = x$, que pouvez-vous faire avec tous les points ?
- Comment pouvez-vous vous rappeler l'ordre dans lequel il faut relier les points après leur avoir fait subir une réflexion par rapport à la droite $y = x$?
- Pouvez-vous répondre à cette question à l'aide d'une table de valeurs ? En quoi une table de valeurs pourrait-elle vous aider ?

Demandez aux élèves d'expliquer pourquoi le test de la droite horizontale permet de déterminer si la réciproque d'une fonction est une fonction. Posez-leur cette question : Y a-t-il une autre façon de procéder ?

À la **question 5,** demandez aux élèves s'ils peuvent répondre à la question sans d'abord déterminer la réciproque algébriquement. Invitez-les à expliquer comment la priorité des opérations peut les aider à répondre à cette question.

À la **question 8,** demandez aux élèves d'expliquer comment l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine peuvent les aider à tracer le graphique de la réciproque d'une fonction linéaire. Posez-leur cette question : Avez-vous besoin de renseignements supplémentaires ?

Si les élèves ont de la difficulté à répondre à la **question 9,** posez-leur les questions suivantes :

- Pourquoi faut-il restreindre le domaine pour obtenir une fonction ?
- Le domaine restreint de la fonction peut-il vous aider à déterminer l'image de la réciproque ?
- Quelle partie de la fonction pouvez-vous supprimer pour qu'elle réussisse le test de la droite horizontale ?
- Comment cela peut-il vous aider à déterminer les restrictions sur le domaine de la réciproque ?

À la **question 10,** demandez aux élèves s'ils peuvent déterminer, à la simple lecture de l'équation, laquelle des réciproques n'est pas une fonction. Posez-leur cette question : Existe-t-il des fonctions quadratiques dont la réciproque est une fonction ?

Vous pouvez proposer aux élèves une autre façon d'aborder la **question 13.** Cette approche peut convenir aux élèves doués. Présentez aux élèves la notion de composition de fonctions, dans laquelle on remplace l'image d'une fonction par le domaine de l'autre fonction. Cela peut servir d'introduction aux fonctions composées, que les élèves étudieront au chapitre 10. Vous pouvez présenter la règle suivante aux élèves : « Si $f(g(x)) = x$ et $g(f(x)) = x$, alors $f(x)$ et $g(x)$ sont la réciproque l'une de l'autre. » Par exemple :

$f(x) = x - 4$ et $g(x) = x + 4$

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= f(x + 4) \\ &= (x + 4) - 4 \\ &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(f(x)) &= g(x - 4) \\ &= (x - 4) + 4 \\ &= x \end{aligned}$$

Puisque $f(g(x)) = x$ et $g(f(x)) = x$, alors $f(x)$ et $g(x)$ sont la réciproque l'une de l'autre.

À la **question 14,** demandez aux élèves d'expliquer comment ils peuvent restreindre le domaine de la fonction de façon à obtenir seulement la moitié de

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

la parabole. Invitez-les à dire pourquoi le fait de déterminer le sommet peut les aider à le faire. Une fois qu'ils ont restreint le domaine de la fonction, discutez avec eux de la façon dont cela les aide à restreindre l'image de la réciproque de sorte qu'elle soit aussi une fonction.

À la **question 18,** les élèves peuvent utiliser la formule pour déterminer leur propre taille de bague. Discutez avec eux de la façon de déterminer la circonférence de leur doigt. Si vous le désirez, invitez une bijoutière ou un bijoutier à venir décrire la façon de déterminer une taille de bague et la façon d'agrandir ou de rétrécir une bague. La bijoutière ou le bijoutier peut probablement apporter (ou vous fournir) un baguier que les élèves pourront utiliser pour vérifier leurs calculs.

À la **question 19,** posez les questions suivantes aux élèves :

- Si la fonction est croissante sur un intervalle, sa réciproque sera-t-elle croissante sur le même intervalle ?
- Quels points significatifs devriez-vous utiliser pour diviser votre fonction en intervalles utilisables ?

Répondre aux besoins des élèves

- Remettez la **FR 1-5 Exercices supplémentaires – section 1.4** aux élèves qui ont besoin de s'exercer davantage.
- Les élèves peuvent ajouter les concepts clés au signet qu'ils ont fabriqué plus tôt dans le chapitre. Chaque élève devrait maintenant avoir une liste complète des concepts clés du chapitre.
- Préparez des copies des graphiques des questions 1 à 3 à distribuer aux élèves.
- À la question 6, les élèves peuvent expliquer oralement ou par écrit la façon de déterminer la réciproque d'une fonction.
- À la question 10, revoyez la complétion du carré avec les élèves avant de leur faire réécrire les équations données. Discutez brièvement de la signification des valeurs de a, de p et de q.

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation au service de l'apprentissage	
Exerce-toi* et *Applique ce que tu as appris Demandez aux élèves de répondre aux questions 1, 2 à 8 et 10 à 12. Les élèves qui y parviennent sans difficulté peuvent passer aux questions suivantes.	• Les élèves commencent par tracer l'axe de réflexion $y = x$ à la question 1. Rappelez-leur de s'assurer que le segment qui relie un point initial et son point-image est perpendiculaire à l'axe de réflexion, et que la distance de part et d'autre de l'axe de réflexion est la même. • Incitez les élèves à vérifier de plus d'une façon si chaque graphique de la question 3 représente une fonction. • Les élèves doivent maîtriser la détermination et l'écriture d'une réciproque aux questions 4 et 5. À la question 4, les élèves doivent s'assurer que la réciproque est une fonction et qu'il leur faut donc définir un domaine approprié. Assurez-vous qu'ils le comprennent. • Les questions 6, 7, 8 et 12 peuvent vous aider à vérifier la compréhension des élèves. • Certains élèves auront besoin de réviser la façon d'écrire une équation sous la forme explicite ($y = mx + b$), ou auront besoin d'aide pour le faire.
Évaluation en tant qu'apprentissage	
Fais des liens Demandez à tous les élèves de répondre aux questions 23 à 25.	• La question 23 donne l'occasion aux élèves de décrire dans leurs propres mots une façon de déterminer la réciproque. Incitez-les à décrire plus d'une méthode. • La question 24 permet aux élèves de montrer leur compréhension de la façon de vérifier si une relation est une fonction. Incitez-les à décrire plus d'une méthode. • Vous pouvez faire un remue-méninges avec la classe au sujet des réponses à la question 24. Invitez les élèves à noter des approches possibles dans leur cahier de notes. • À la question 25, vous pouvez inviter les élèves à travailler en groupes de trois. Discutez des réponses de l'étape 4 en groupe-classe.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Révision et test préparatoire du chapitre 1

1

***Mathématiques pré-calcul 12*, pages 56 à 59**

Durée suggérée
de 60 à 90 min

Matériel
- technologie de représentation graphique
- papier quadrillé
- règle

Feuilles reproductibles
FRO 3 Papier quadrillé à 1 cm
FR 1-2 Exercices supplémentaires – section 1.1
FR 1-3 Exercices supplémentaires – section 1.2
FR 1-4 Exercices supplémentaires – section 1.3
FR 1-5 Exercices supplémentaires – section 1.4
FR 1-6 Soutien à l'étude – chapitre 1
FR 1-7 Test du chapitre 1

Notes pour la planification

Invitez les élèves qui manquent d'assurance à déterminer des stratégies avec vous ou avec une ou un camarade. Incitez-les à revoir leurs notes, les exemples et les questions auxquelles ils ont répondu dans les sections appropriées de leur ressource.

Dites aux élèves de dresser la liste des questions pour lesquelles ils n'ont pas besoin d'aide, des questions pour lesquelles ils ont besoin d'un peu d'aide et des questions pour lesquelles ils ont besoin de beaucoup d'aide. Cette liste les aidera à se préparer au test préparatoire. Vous pouvez remettre aux élèves la **FR 1-6 Soutien à l'étude – chapitre 1,** qui fait le lien entre les indicateurs de rendement et les questions du test préparatoire du chapitre 1 sous la forme d'une auto-évaluation. Cette feuille reproductible indique également les sections de leur ressource où les élèves peuvent revoir les concepts particuliers du chapitre.

Le test préparatoire peut se faire en classe ou comme devoir à la maison. Si vous choisissez de le faire en classe, prévoyez un nombre de questions que les élèves ont le temps de faire en une période. Il faut faire au minimum les questions 1 à 12 pour satisfaire aux résultats d'apprentissage du programme.

Répondre aux besoins des élèves

- Les élèves qui ont besoin de s'exercer davantage avec un concept en particulier peuvent se reporter aux **FR 1-2, FR 1-3, FR 1-4** et **FR 1-5.**
- Suggérez aux élèves de créer un organisateur visuel, comme un schéma conceptuel ou un diagramme en arbre, pour illustrer les liens entre les concepts du chapitre. Suggérez-leur aussi d'inclure des exemples de chaque concept.
- Les élèves devraient relire la liste complète des résultats d'apprentissage fournie au début du module. Quels résultats d'apprentissage et quels indicateurs de rendement connaissent-ils ? Pour quels résultats d'apprentissage et pour quels indicateurs de rendement doivent-ils étudier et s'exercer davantage ? Incitez les élèves à former une équipe avec une ou un camarade qui a les mêmes besoins.
- Les élèves voudront peut-être réécrire leur signet, en essayant de se rappeler le plus de renseignements possible sans consulter le signet initial. Ils devraient refaire cette démarche jusqu'à ce qu'ils comprennent la matière.

Enrichissement

Incitez les élèves à réviser le chapitre avec une ou un camarade. Ils pourraient s'exercer en choisissant une fonction et une transformation, puis en décrivant verbalement le nouveau graphique sans utiliser ni la technologie, ni du papier et un crayon.

Douance

Décrivez la situation suivante aux élèves :
Une ingénieure ou un ingénieur en logiciels écrit un programme pour déterminer la réciproque d'une formule. Créez un organigramme qui montre le processus permettant de déterminer la réciproque d'une fonction quand la réciproque :
- est une fonction et qu'il n'y a pas de restrictions ;
- est une fonction et qu'il y a des restrictions ;
- n'est pas une fonction et qu'il n'y a pas de restrictions ;
- n'est pas une fonction et qu'il y a des restrictions.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Évaluation	Aide à l'apprentissage
Évaluation au service de l'apprentissage	
Révision du chapitre 1 La révision du chapitre 1 permet aux élèves de s'autoévaluer en répondant à des questions pertinentes de chaque section et en comparant leurs réponses avec celles fournies dans leur ressource. **Minimum :** 1, 4 à 7, 9, 10, 12 à 17	• Les élèves voudront peut-être travailler deux par deux. • Les élèves qui ont répondu aux questions assignées peuvent passer aux autres questions de la révision. • Incitez les élèves à utiliser la **FR 1-6 Soutien à l'étude – chapitre 1** pour déterminer les éléments avec lesquels ils doivent s'exercer davantage avant de passer au test préparatoire.
Soutien à l'étude – chapitre 1 Cette feuille reproductible aidera les élèves à reconnaître les habiletés associées à ce chapitre et à trouver de l'aide pour les améliorer.	• Incitez les élèves à utiliser le test préparatoire comme un guide leur permettant de déterminer tout élément pour lequel ils ont besoin d'une aide supplémentaire. Les questions minimales suggérées sont des questions auxquelles les élèves devraient pouvoir répondre avec assurance. Incitez les élèves à répondre à d'autres questions. • Vous pouvez permettre aux élèves de consulter leurs tableaux récapitulatifs, leurs schémas conceptuels et leurs organisateurs graphiques pendant qu'ils font le test préparatoire.
Évaluation de l'apprentissage	
Test du chapitre 1 Lorsque les élèves ont terminé le test préparatoire, vous pouvez utiliser la **FR 1-7 Test du chapitre 1** en guise d'évaluation sommative.	• Avant le test, aidez les élèves dans les domaines avec lesquels ils éprouvent de la difficulté. • Vous pouvez inviter les élèves à se référer à la **FR 1-6 Soutien à l'étude – chapitre 1** pour déterminer les éléments qu'ils doivent améliorer avant de faire le test préparatoire.

Reproduction interdite © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FR 1-1

Connaissances préalables – chapitre 1

1. Pour chaque fonction, détermine les caractéristiques ci-dessous :
le sommet ;
si le sommet est un maximum ou un minimum ;
l'axe de symétrie ;
la direction de l'ouverture ;
le domaine et l'image.

a) $f(x) = (x - 3)^2 + 4$

b) $f(x) = \frac{1}{2}(x + 5)^2 - 7$

c) $f(x) = -3x^2 + 15$

d) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 2$

2. Écris chaque fonction sous la forme canonique.

a) $y = x^2 - 24x + 10$

b) $y = 5x^2 + 40x - 27$

c) $y = -2x^2 + 8x$

d) $y = -30x^2 - 60x + 105$

3. Représente graphiquement chaque fonction quadratique de la question 2. Indique le sommet et les abscisses à l'origine (s'il y en a), en arrondissant les valeurs au dixième d'unité près.

4. Détermine la valeur de ces expressions.

a) $|-7|$

b) $|4 - 9|$

c) $3|6| - 24$

d) $\left|-6 + 3\right| + \left|4\left(-\frac{3}{2}\right)\right|$

5. Représente graphiquement chaque fonction.

a) $y = |3x + 4|$

b) $y = |x^2 - 5|$

c) $y = |2x^2 - x - 1|$

d) $y = \left|-\frac{1}{2}x - 3\right|$

6. Résous graphiquement chaque équation.

a) $|2x - 2| = 9$

b) $|3x - 7| = x + 1$

c) $|x^2 - 6| = 3$

d) $|x^2 - 4x| = 5$

7. Résous algébriquement chaque équation de la question 6.

8. Représente graphiquement l'inverse de chaque fonction. Indique toute asymptote verticale et toute valeur non permise.

a) $f(x) = 4x - 7$

b) $f(x) = -2x + 5$

c) $f(x) = x^2 - 16$

d) $f(x) = x^2 - x - 6$

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FR 1-2

Exercices supplémentaires – section 1.1

1. Trace le graphique de $f(x) = |x|$.

a) À partir du graphique de $f(x)$, esquisse le graphique de $y - 3 = f(x)$ et celui de $y + 2 = f(x)$ dans le même plan cartésien.

b) Quelle relation y a-t-il entre chaque graphique de la partie a) et $f(x) = |x^2|$?

2. Trace le graphique de la fonction $f(x) = x^2$.

a) À partir du graphique de $f(x)$, esquisse le graphique de $y = f(x + 4)$ et celui de $y = f(x - 5)$ dans le même plan cartésien.

b) Quelle relation y a-t-il entre chaque graphique de la partie a) et celui de $f(x) = x^2$?

3. À l'aide d'une règle de correspondance, décris la façon d'obtenir le graphique de chaque fonction à partir du graphique de $y = f(x)$.

a) $y - 6 = f(x - 3)$

b) $y + 4 = f(x)$

c) $y = f(x + 2) + 4$

d) $y + 2 = f(x - 1)$

4. Décris la transformation qu'on peut faire subir au graphique de $f(x)$ pour obtenir le graphique de chaque transformée.

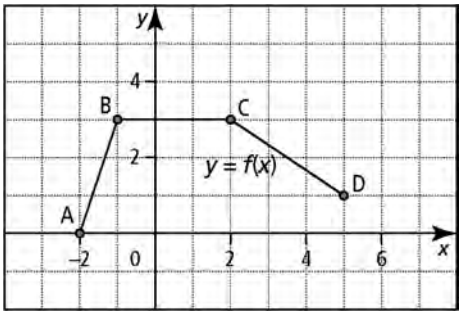
a) $g(x) = f(x + 2) + 3$

b) $h(x) = f(x - 5) - 7$

c) $s(x) = f(x + 4)$

d) $t(x) = f(x) + 6$

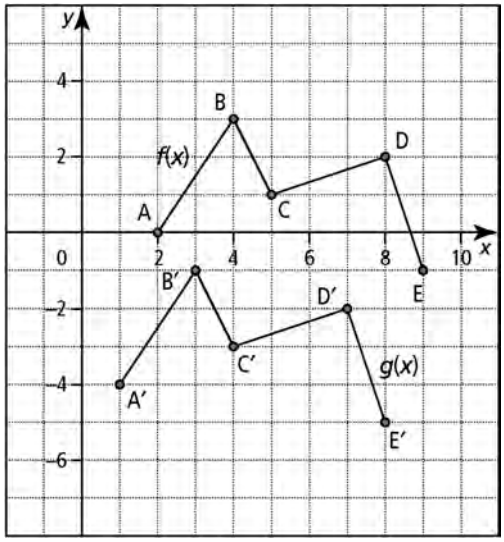
5. Soit le graphique de $y = f(x)$.



a) Utilise la fonction $y - 5 = f(x + 3)$ pour déterminer les coordonnées des points-images A′, B′, C′ et D′.

b) Esquisse le graphique de la transformée.

6. Soit le graphique de $y = f(x)$ et celui de $y = g(x)$.



a) Décris la translation qu'a subie le graphique de $f(x)$ pour donner le graphique de $g(x)$.

b) Détermine l'équation de la transformée sous la forme $y - k = f(x - h)$.

7. Pour chaque transformation, indique les valeurs de k et de h. Ensuite, écris l'équation de la transformée sous la forme $y - k = f(x - h)$.

a) $f(x) = x^2$ subit une translation de 3 unités vers la gauche et de 2 unités vers le haut.

b) $f(x) = |x|$ subit une translation de 5 unités vers la droite et de 1 unité vers le bas.

c) $y = g(x)$ subit une translation de 9 unités vers la droite et de 5 unités vers le bas.

d) $y = \frac{1}{x}$ subit une translation de 4 unités vers la gauche et de 9 unités vers le haut.

8. Quelle translation verticale fait-on subir à $y = x^2$ si le graphique de la transformée passe par (3, 5) ?

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FR 1-3

Exercices supplémentaires – section 1.2

1. Soit $f(x) = 2x - 4$.

a) Remplis une table de valeurs pour $f(x)$.

b) Représente graphiquement $f(x)$ et $g(x) = -f(x)$ dans le même plan cartésien.

c) Quelle relation y a-t-il entre le graphique de $g(x)$ et celui de $f(x)$?

d) Nomme tout point invariant.

2. Soit la fonction $f(x) = (x - 4)^2$.

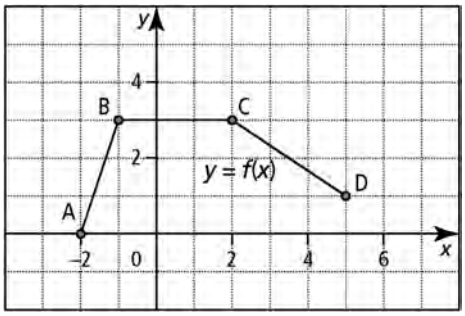
a) Remplis une table de valeurs pour $f(x)$.

b) Représente graphiquement $f(x)$ et $h(x) = f(-x)$ dans le même plan cartésien.

c) Quelle relation y a-t-il entre le graphique de $h(x)$ et celui de $f(x)$?

d) Nomme tout point invariant.

3. Soit le graphique de $y = f(x)$.



a) Trace le graphique de $y = 2f(x)$.

b) Quelle relation y a-t-il entre le graphique de $y = 2f(x)$ et celui de $y = f(x)$?

c) Nomme tout point invariant.

4. Soit le graphique de $y = f(x)$ à la question 3.

a) Trace le graphique de $y = f\left(\frac{1}{3}x\right)$.

b) Quelle relation y a-t-il entre le graphique de $y = f\left(\frac{1}{3}x\right)$ et celui de $y = f(x)$?

c) Nomme tout point invariant.

5. À l'aide d'une règle de correspondance, décris la façon de tracer le graphique de chaque fonction à partir du graphique de $y = f(x)$.

a) $g(x) = 3f(x)$ **b)** $h(x) = f(-x)$

c) $y = -f(x)$ **d)** $g(x) = f(3x)$

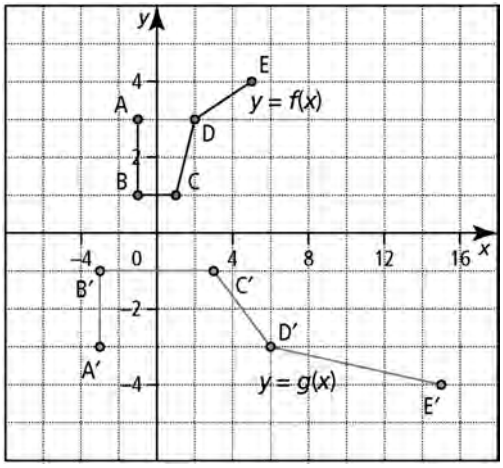
6. Décris l'effet de chaque remplacement sur le graphique de $y = f(x)$.

a) x par $3x$ **b)** x par $\frac{1}{4}x$

c) y par $-2y$ **d)** x par $-\frac{1}{2}x$

e) y par $4y$ **f)** y par $\frac{1}{5}y$

7. Décris la transformation à appliquer au graphique de $f(x)$ pour obtenir le graphique de $g(x)$. Ensuite, détermine l'équation de $g(x)$.



8. Le domaine de $y = f(x)$ est $\{x \in \mathbb{R} \mid -4 \le x \le 8\}$ et son image est $\{y \in \mathbb{R} \mid -6 \le x \le 12\}$. Quels sont le domaine et l'image de $g(x) = \frac{1}{3}f\left(\frac{1}{2}x\right)$?

9. Le domaine de $y = f(x)$ est $\{x \in \mathbb{R} \mid -12 \le x \le 18\}$ et son image est $\{y \in \mathbb{R} \mid -3 \le x \le 6\}$. Quels sont le domaine et l'image de $g(x) = -2f(3x)$?

10. Soit la fonction $f(x) = (x + 4)(x - 5)$. Quels sont les zéros de la fonction si le graphique subit un étirement horizontal par un facteur de 3 par rapport à l'axe des y et une réflexion par rapport à l'axe des y ?

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FR 1-4

Exercices supplémentaires – section 1.3

1. Associe chaque règle de correspondance à la bonne transformation.

Règle de correspondance	Transformation
a) $(x, y) \rightarrow \left(\frac{1}{4}x, y\right)$	**A** Un étirement vertical par un facteur de 4
b) $(x, y) \rightarrow (x, y + 4)$	**B** Un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{4}$
c) $(x, y) \rightarrow (x + 4, y)$	**C** Une translation de 4 unités vers le haut
d) $(x, y) \rightarrow (x, 4y)$	**D** Une translation de 4 unités vers la droite

2. Écris l'équation de chaque transformée de $y = x^2$ sous la forme $y = af(b(x - h)) + k$.

a) Un étirement vertical par un facteur de 3, une réflexion par rapport à l'axe des y, et une translation de 3 unités vers la gauche et de 2 unités vers le bas

b) Un étirement horizontal par un facteur de 2, une réflexion par rapport à l'axe des x et une translation de 7 unités vers le haut

c) Un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{4}$ et une translation de 5 unités vers la droite et de 1 unité vers le bas

d) Un étirement vertical par un facteur de $\frac{1}{3}$, un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{2}$ et une réflexion par rapport à l'axe des x

3. Réécris chaque équation sous la forme $y = af(b(x - h))$.

a) $y = 2f(-x - 6)$

b) $-y = f(2x + 10)$

c) $-2y = f(-3x + 12)$

d) $\frac{1}{4}y = f(9 - x)$

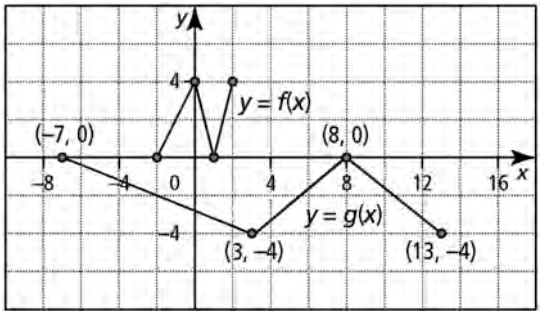
4. Décris la combinaison de transformations que doit subir la fonction $y = f(x)$ pour donner chaque transformée.

a) $y = 2f(5x - 15)$

b) $-4y = f(7 - x)$

c) $y = f(3x + 12)$

5. Le graphique de la fonction $y = g(x)$ résulte d'une transformation du graphique de $y = f(x)$. Détermine l'équation de $g(x)$ sous la forme $y = af(b(x - h)) + k$.



6. Le point significatif (–18, 12) est un point du graphique de $y = f(x)$. Quel est son point-image après chaque transformation du graphique de $f(x)$?

a) $y = f(x - 6) - 8$

b) $y = 2f(6x)$

c) $y - 4 = -3f(x + 5)$

d) $y = -f(0{,}5x)$

7. L'abscisse à l'origine du graphique de $y = f(x)$ est en $(a, 0)$ et l'ordonnée à l'origine est en $(0, b)$. Détermine l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine des transformées suivantes :

a) $y = 3f(x - 7) + 2$

b) $y = f(-0{,}25x) - 7$

c) $y + 3 = 4f(x + 10)$

d) $y = -f(2x) - 6$

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FR 1-5

Exercices supplémentaires – section 1.4

1. **a)** Décris la façon de déterminer la réciproque d'une relation.

b) Quelle notation utilise-t-on pour représenter la réciproque de $y = f(x)$?

c) Donne la règle de correspondance qui associe les points du graphique de $y = f(x)$ aux points de la réciproque de cette fonction.

2. Représente graphiquement chaque fonction et sa réciproque dans le même plan cartésien.

a) $y = x^2$ **b)** $y = |x|$

c) $y = 2x - 6$ **d)** $y = (x + 4)^2$

3. Examine les graphiques des réciproques de la question 2 et indique les réciproques qui sont des fonctions. Explique ta démarche.

4. Détermine algébriquement l'équation de la réciproque de chaque fonction.

a) $f(x) = 3x - 6$ **b)** $f(x) = \frac{1}{2}x + 5$

c) $f(x) = \frac{1}{3}(x + 12)$ **d)** $f(x) = \frac{8x + 12}{4}$

5. **a)** Trace le graphique de $f(x) = (x - 3)^2 + 5$. Indique le domaine et l'image.

b) Trace le graphique de la réciproque de $f(x) = (x - 3)^2 + 5$. Indique le domaine et l'image.

c) Comment peux-tu restreindre le domaine de la fonction pour que sa réciproque soit aussi une fonction ?

6. Détermine algébriquement l'équation de la réciproque de chaque fonction.

a) $f(x) = (x + 4)^2$ **b)** $f(x) = x^2 - 7$

c) $f(x) = (x - 2)^2 + 5$ **d)** $f(x) = (x - 5)^2 - 9$

7. Pour chaque fonction, indique deux façons de restreindre le domaine de sorte que la réciproque soit une fonction.

a) $f(x) = x^2 - 5$ **b)** $f(x) = (x + 4)^2 + 7$

c) $f(x) = (x - 3)^2$ **d)** $f(x) = -x^2 + 2$

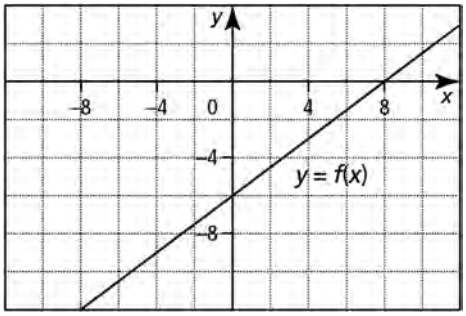
8. Détermine chaque valeur à partir de la fonction $f(x) = x - 8$.

a) $f^{-1}(4)$ **b)** $f^{-1}(-2)$

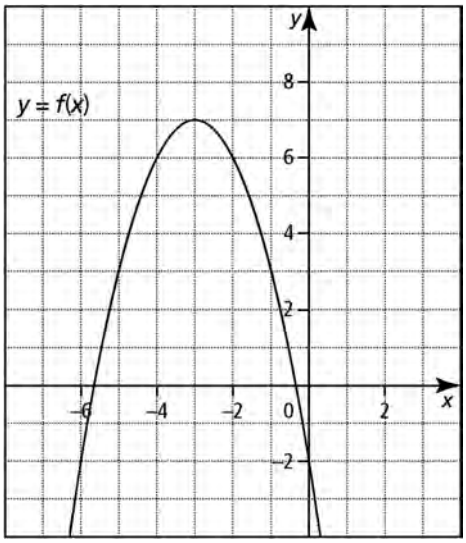
c) $f^{-1}(8)$ **d)** $f^{-1}(0)$

9. Copie chaque graphique de $y = f(x)$. Ensuite, esquisse le graphique de sa réciproque, $x = f(y)$. Détermine si la réciproque est une fonction.

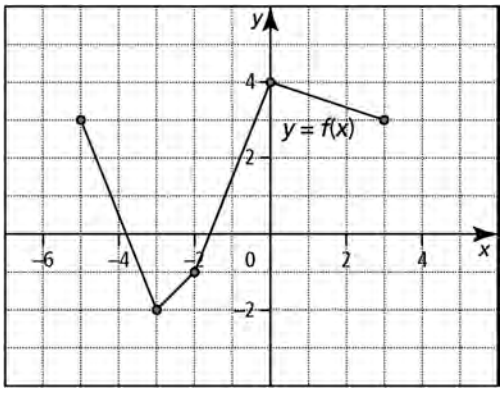
a)



b)



c)



Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FR 1-6

Soutien à l'étude – chapitre 1

Ce tableau est basé sur les questions du test préparatoire du chapitre 1 qui se trouve dans la ressource de l'élève.

Question	Je peux...	Aide nécessaire	Voir
1	formuler une règle générale quant à l'effet de h sur le graphique d'une fonction.	❑ un peu ❑ aucune	1.1 Exemples 1 et 2
2	écrire l'équation d'une fonction dont le graphique résulte d'une translation verticale ou horizontale (ou les deux) du graphique de la fonction $y = f(x)$.	❑ un peu ❑ aucune	1.1 Exemple 3
3	déterminer la relation entre les coordonnées d'un point et les coordonnées du point-image obtenu par une translation horizontale.	❑ un peu ❑ aucune	1.1 Exemples 2 et 3
4	déterminer l'équation d'une fonction qui résulte d'une réflexion du graphique de la fonction $y = f(x)$ par rapport à l'axe des y.	❑ un peu ❑ aucune	1.2 *Mise en commun*, Exemple 1
5	formuler une règle générale quant aux effets de a et de b sur la transformation de $y = f(x)$.	❑ un peu ❑ aucune	1.2 *Mise en commun*, Exemples 1 et 2
6	formuler et expliquer des règles générales permettant d'effectuer la réflexion du graphique de la fonction $y = f(x)$ par rapport à l'axe des y ou à la droite $y = x$.	❑ un peu ❑ aucune	1.2 *Mise en commun*, Exemple 2
7	déterminer l'équation d'une fonction à partir de son graphique, qui résulte d'un étirement vertical ou horizontal (ou les deux) du graphique de la fonction $y = f(x)$.	❑ un peu ❑ aucune	1.2 Exemple 4
	déterminer l'équation d'une fonction à partir de son graphique, qui résulte d'une réflexion du graphique de la fonction $y = f(x)$ par rapport à l'axe des x, à l'axe des y ou à la droite $y = x$.	❑ un peu ❑ aucune	1.2 Exemple 4
8	déterminer le domaine d'une fonction dont le graphique résulte d'une translation verticale et horizontale du graphique de la fonction $y = f(x)$.	❑ un peu ❑ aucune	1.1 *Exploration*
9	esquisser le graphique d'une fonction à partir du graphique de la fonction $y = f(x)$, dont l'équation n'est pas donnée.	❑ un peu ❑ aucune	1.3 *Mise en commun*, Exemple 2

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FR 1-6
(suite)

Soutien à l'étude – chapitre 1

Question	Je peux...	Aide nécessaire	Voir
10	esquisser le graphique de la réciproque d'une relation à partir du graphique de la relation.	❑ un peu ❑ aucune	1.4 *Mise en commun*, Exemple 1
11	déterminer l'équation de la réciproque d'une relation et esquisser son graphique à partir de l'équation d'une relation linéaire ou quadratique.	❑ un peu ❑ aucune	1.4 Exemple 3
12	déterminer l'équation d'une fonction dont le graphique résulte d'un étirement, d'une réflexion et d'une translation du graphique de la fonction $y = f(x)$.	❑ un peu ❑ aucune	1.3 *Mise en commun*, Exemples 1 et 2
13	décrire les effets de h et de k sur la transformation de $f(x)$.	❑ un peu ❑ aucune	1.1 Exemples 1 et 2
	déterminer l'équation d'une fonction à partir de son graphique, qui résulte d'une translation ou d'un étirement (ou les deux) du graphique de la fonction $y = f(x)$.	❑ un peu ❑ aucune	1.2 Exemple 3
14	déterminer l'équation d'une fonction à partir de son graphique, qui résulte d'un étirement vertical ou horizontal (ou les deux) du graphique de la fonction $y = f(x)$.	❑ un peu ❑ aucune	1.2 *Mise en commun*, Exemple 4
15	déterminer si une relation et sa réciproque sont des fonctions.	❑ un peu ❑ aucune	1.4 Exemple 1
	déterminer l'équation de la réciproque d'une relation et esquisser son graphique à partir de l'équation d'une relation linéaire ou quadratique.	❑ un peu ❑ aucune	1.4 Exemple 3
	déterminer les restrictions sur le domaine d'une fonction de façon que sa réciproque soit une fonction.	❑ un peu ❑ aucune	1.4 Exemple 2

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FR 1-7

Test du chapitre 1

Questions à choix multiple

Pour les questions 1 à 6, choisis la meilleure réponse.

1. Le point (3, 4) est un point du graphique de $y = f(x)$. Après une transformation, le point (3, 4) devient le point (5, 5). Laquelle de ces équations est une équation possible de la transformée ?

A $y + 1 = f(x + 2)$

B $y + 1 = f(x - 2)$

C $y - 1 = f(x + 2)$

D $y - 1 = f(x - 2)$

2. Le graphique de $y = |x|$ subit un étirement vertical par un facteur de 3 par rapport à l'axe des x et une translation de 3 unités vers la gauche et de 1 unité vers le haut. Lequel de ces points est un point de la transformée ?

A (0, 0)

B (1, 3)

C (–3, 1)

D (3, 1)

3. Le graphique de $y = \sqrt{x}$ subit un étirement vertical par un facteur de 2 par rapport à l'axe des x, une réflexion par rapport à l'axe des y et une translation de 3 unités vers la gauche. Quelle est l'équation de la transformée ?

A $y = 2\sqrt{-x - 3}$

B $y = 2\sqrt{-x + 3}$

C $y = -2\sqrt{x + 3}$

D $y = -2\sqrt{x - 3}$

4. Laquelle de ces transformées a un graphique qui a les mêmes abscisses à l'origine que celui de $y = f(x)$?

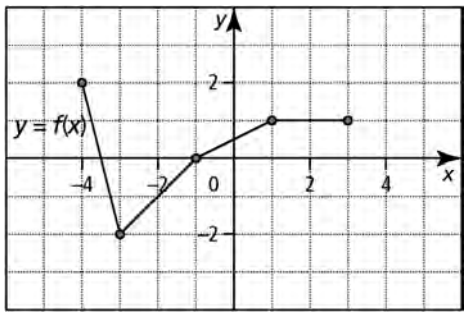
A $y = -f(x)$

B $y = f(-x)$

C $y = f(x + 1)$

D $y = f(x) + 1$

5. Soit le graphique de $y = f(x)$. Quel est le point invariant de la transformation en $y = f(-2x)$?



A (–1, 0) **B** $(0, \frac{1}{2})$

C (1, 1) **D** (3, 1)

6. Quelle transformation le graphique de $y = f(x)$ subira-t-il si on remplace y par $-y$ dans l'équation $y = f(x)$?

A Une réflexion par rapport à l'axe des x

B Une réflexion par rapport à l'axe des y

C Une réflexion par rapport à la droite $y = x$

D Une réflexion par rapport à la droite $y = -1$

Questions à réponse courte

7. L'image de la fonction $y = f(x)$ est $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 4\}$. Indique l'image de la nouvelle fonction, $g(x) = f(x + 2) - 3$.

8. Après une transformation où le graphique de $y = f(x)$ devient le graphique de $y = -3f(x + 2) - 5$, le point (2, 5) devient le point (x, y). Détermine les coordonnées du point (x, y).

9. Le graphique de $f(x)$ subit un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{2}$ par rapport à l'axe des y et un étirement vertical par un facteur de $\frac{1}{3}$ par rapport à l'axe des x. Détermine l'équation de la transformée.

10. Une fonction $f(x) = x^2 - x - 2$ est multipliée par une constante k et donne une nouvelle fonction, $g(x) = kf(x)$. Si le graphique de $y = g(x)$ passe par le point (3, 14), quelle est valeur de k ?

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

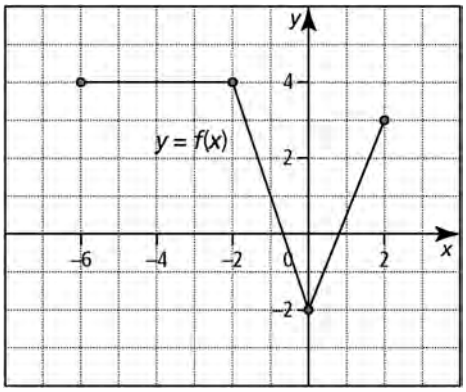
Nom : _____ Date : _____

Test du chapitre 1

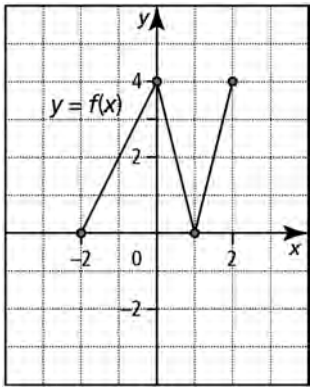
Questions à développement

11. Reproduis le graphique de chaque relation. Ensuite, esquisse le graphique de la réciproque.

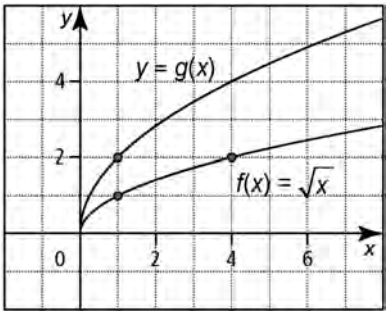
a)



b)



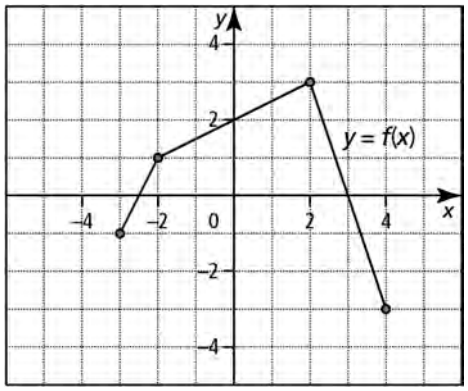
12. Soit les graphiques de $y = f(x)$ et de $y = g(x)$.



a) Si le point (1, 1) de $y = f(x)$ devient le point (1, 2) de $y = g(x)$, décris la transformation et indique l'équation de $g(x)$.

b) Si le point (4, 2) de $y = f(x)$ devient le point (1, 2) de $y = g(x)$, décris la transformation et indique l'équation de $g(x)$.

13. Soit le graphique de la fonction $y = f(x)$.



a) Décris la transformation de $y = f(x)$ en $y = 3f(-2(x - 1)) + 4$.

b) Esquisse le graphique.

14. Soit la fonction $f(x) = (x + 2)(x - 3)$.

a) Si $g(x) = kf(x)$, quel est l'effet de k sur l'ordonnée à l'origine du graphique de la fonction $y = g(x)$ par rapport à $y = f(x)$?

b) Si $h(x) = f(mx)$, quel est l'effet de m sur les abscisses à l'origine du graphique de la fonction $y = h(x)$ par rapport à $y = f(x)$?

15. Soit la fonction quadratique $f(x) = x^2 - 2x + 1$.

a) Écris l'équation de $f(x)$ sous la forme $y = a(x - h)^2 + k$.

b) Détermine les coordonnées du sommet de $x = f(y)$.

c) Détermine l'équation de la réciproque.

d) Restreins le domaine de $y = f(x)$ de façon que sa réciproque soit une fonction.

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Réponses – FR du chapitre 1

FR 1-1 Connaissances préalables – chapitre 1

1. a) Sommet : (3, 4) ; minimum ; axe de symétrie : $x = 3$; ouverture vers le haut ; domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$; image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 4\}$

b) Sommet : (–5, –7) ; minimum ; axe de symétrie : $x = -5$; ouverture vers le haut ; domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$; image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -7\}$

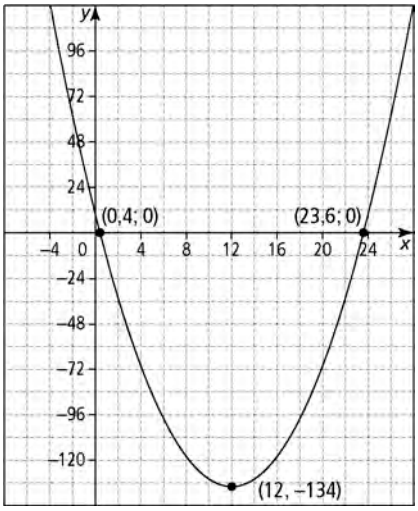
c) Sommet : (0, 15) ; maximum ; axe de symétrie : $x = 0$; ouverture vers le bas ; domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$; image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 15\}$

d) Sommet : $\left(\frac{1}{2}, -\frac{23}{12}\right)$; maximum ; axe de symétrie : $x = \frac{1}{2}$; ouverture vers le bas ; domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$; image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq -\frac{23}{12}\}$

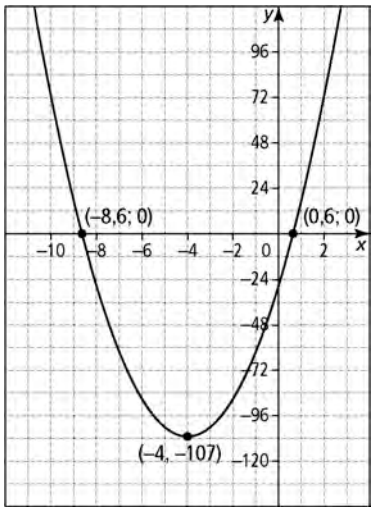
2. a) $y = (x - 12)^2 - 134$ **b)** $y = 5(x + 4)^2 - 107$

c) $y = -2(x - 2)^2 + 8$ **d)** $y = -30(x + 1)^2 + 135$

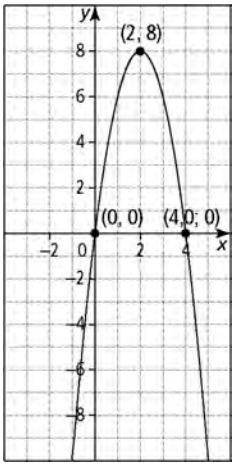
3. a)



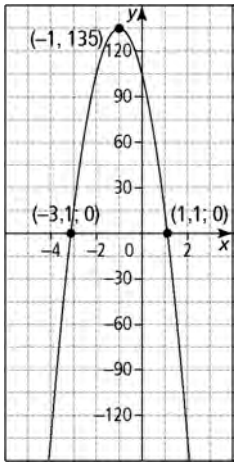
b)



c)

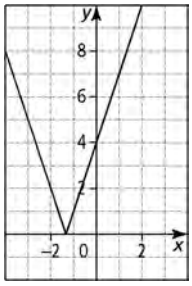


d)

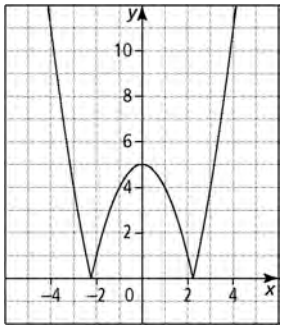


4. a) 7 **b)** 5 **c)** –6 **d)** 9

5. a)

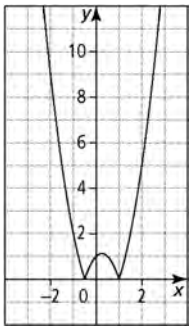


b)

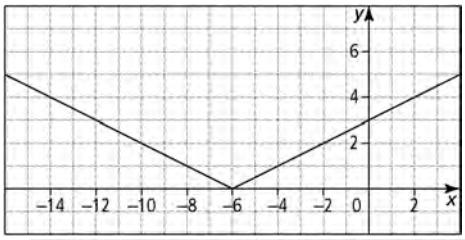


Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

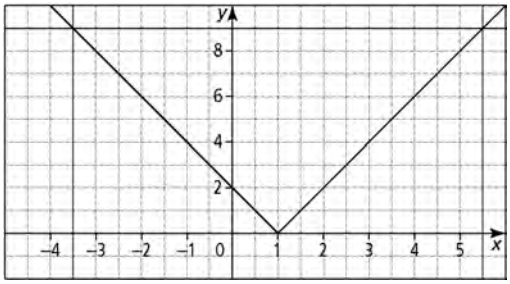
c)



d)

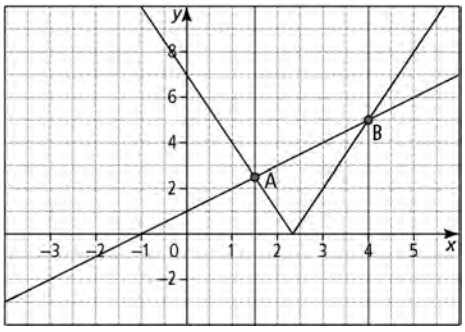


6. a)



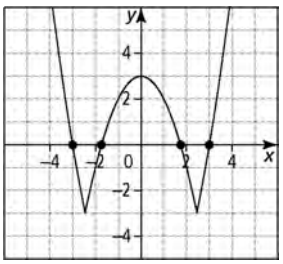
$x = -3{,}5$ et $x = 5{,}5$

b)



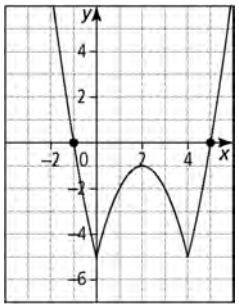
$x = \frac{3}{2}$ et $x = 4$

c)



$x = -3$, $x = -1{,}73$, $x = 1{,}73$ et $x = 3$

d)

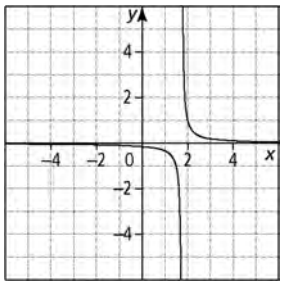


$x = -1$ et $x = 5$

7. a) $x = -\frac{7}{2}$ et $x = \frac{11}{2}$ **b)** $x = 1{,}5$ et $x = 4$

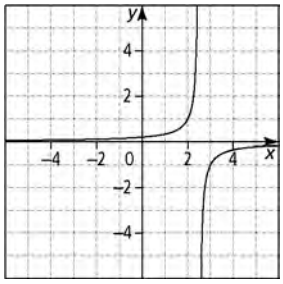
c) $x = -3$, $x = \sqrt{3}$, $x = -\sqrt{3}$ et $x = 3$ **d)** $x = -1$ et $x = 5$

8. a)



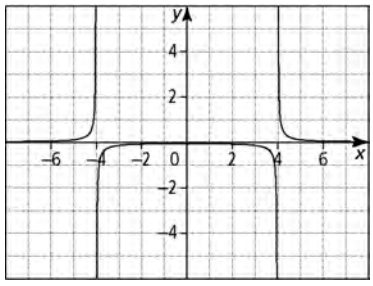
Asymptote en $x = \frac{7}{4}$; $x \neq \frac{7}{4}$

b)



Asymptote en $x = \frac{5}{2}$; $x \neq \frac{5}{2}$

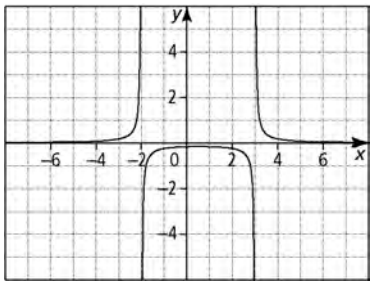
c)



Asymptotes en $x = 4$ et $x = -4$; $x \neq \pm 4$

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

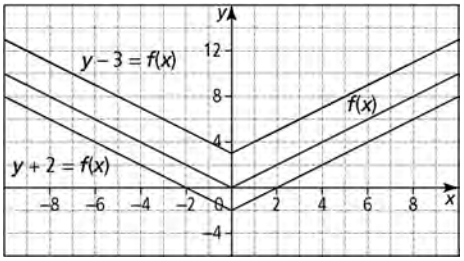
d)



Asymptotes en $x = 3$ et $x = -2$; $x \neq 3$ et -2

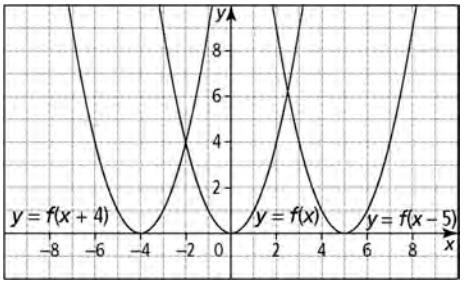
FR 1-2 Exercices supplémentaires – section 1.1

1. a)



b) $y - 3 = f(x)$ résulte d'une translation de 3 unités vers le haut de $f(x)$; $y + 2 = f(x)$ résulte d'une translation de 2 unités vers le bas de $f(x)$.

2. a)



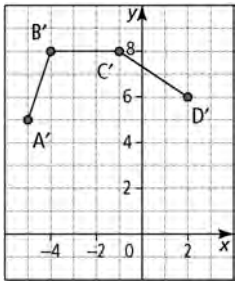
b) $y = f(x + 4)$ résulte d'une translation de 4 unités vers la gauche de $f(x)$, et $y = f(x - 5)$ résulte d'une translation de 5 unités vers la droite de $f(x)$.

3. a) $(x, y) \rightarrow (x + 3, y + 6)$ **b)** $(x, y) \rightarrow (x, y - 4)$
c) $(x, y) \rightarrow (x - 2, y + 4)$ **d)** $(x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$

4. a) Une translation de 2 unités vers la gauche et de 3 unités vers le haut
b) Une translation de 5 unités vers la droite et de 7 unités vers le bas
c) Une translation de 4 unités vers la gauche
d) Une translation de 6 unités vers le haut

5. a) $A'(-5, 5)$, $B'(-4, 8)$, $C'(-1, 8)$, $D'(2, 6)$

b)



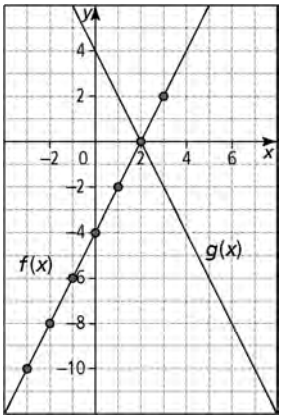
6. a) Une translation de 1 unité vers la gauche et de 4 unités vers le bas
b) $y + 4 = f(x + 1)$
7. a) $k = 2$, $h = -3$; $y - 2 = f(x + 3)^2$
b) $k = -1$, $h = 5$; $y + 1 = f|x - 5|$
c) $k = -5$, $h = 9$; $y + 5 = g(x - 9)$
d) $k = 9$, $h = -4$; $y - 9 = f\left(\frac{1}{x} + 4\right)$
8. Une translation de 4 unités vers le bas

FR 1-3 Exercices supplémentaires – section 1.2

1. a)

x	$f(x)$
−3	−10
−2	−8
−1	−6
0	−4
1	−2
2	0
3	2

b)



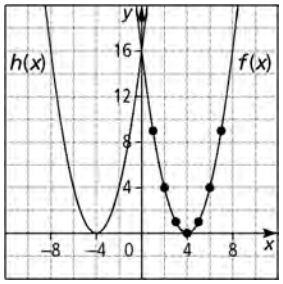
c) $g(x)$ résulte d'une réflexion de $f(x)$ par rapport à l'axe des x.
d) $(2, 0)$

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

2. a)

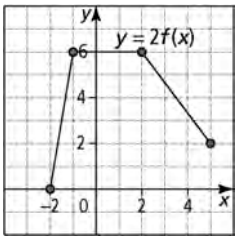
x	$f(x)$
1	9
2	4
3	1
4	0
5	1
6	4
7	9

b)



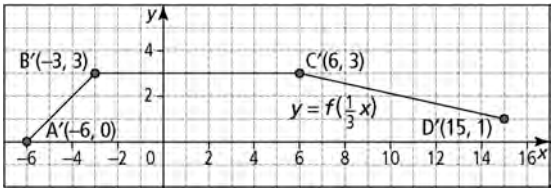
c) $h(x)$ résulte d'une réflexion de $f(x)$ par rapport à l'axe des y.
d) (0, 16)

3. a)



b) C'est le graphique de $y = f(x)$ après un étirement vertical par un facteur de 2 par rapport à l'axe des x.
c) A(–2, 0)

4. a)



b) C'est le graphique de $y = f(x)$ après un étirement horizontal par un facteur de 3 par rapport à l'axe des y.
c) Aucun des points nommés n'est invariant. Toutefois, le graphique a un point invariant en (0, 3).
5. $(x, y) \rightarrow (x, 3y)$ **b)** $(x, y) \rightarrow (-x, y)$
c) $(x, y) \rightarrow (x, -y)$ **d)** $(x, y) \rightarrow \left(\frac{1}{3}x, y\right)$
6. a) Un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{3}$ par rapport à l'axe des y
b) Un étirement horizontal par un facteur de 4 par rapport à l'axe des y
c) Une réflexion par rapport à l'axe des x et un étirement vertical par un facteur de $\frac{1}{2}$ par rapport à l'axe des x
d) Une réflexion par rapport à l'axe des y et un étirement horizontal par un facteur de 2 par rapport à l'axe des y
e) Un étirement vertical par un facteur de $\frac{1}{4}$ par rapport à l'axe des x
f) Un étirement vertical par un facteur de 5 par rapport à l'axe des x
7. Une réflexion par rapport à l'axe des x et un étirement horizontal par un facteur de 3 par rapport à l'axe des y ; $h(x) = -f\left(\frac{1}{3}x\right)$
8. Le domaine de $y = g(x)$ est $\{x \in \mathbb{R} \mid -8 \leq x \leq 16\}$; l'image est $\{y \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 4\}$.
9. Le domaine de $y = g(x)$ est $\{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 6\}$; l'image est $\{y \in \mathbb{R} \mid -12 \leq x \leq 6\}$.
10. (–15, 0), (12, 0)

FR 1-4 Exercices supplémentaires – section 1.3

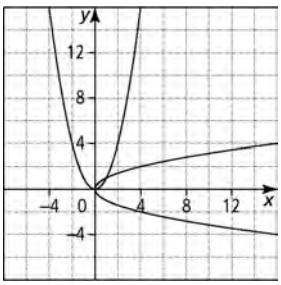
1. a) B **b)** C **c)** D **d)** A
2. a) $y = 3(-(x + 3))^2 - 2$
b) $y = -\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 7$ **c)** $y = (4(x - 5))^2 - 1$
d) $y = -\frac{1}{3}(2x)^2$
3. a) $y = 2f(-(x + 6))$ **b)** $y = -f(2(x + 5))$
c) $y = -\frac{1}{2}f(-3(x - 4))$ **d)** $y = 4f(-(x - 9))$
4. a) Un étirement vertical par un facteur de 2, un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{5}$ et une translation de 3 unités vers la droite
b) Un étirement vertical par un facteur de $\frac{1}{4}$, une réflexion par rapport à l'axe des x, une réflexion par rapport à l'axe des y et une translation de 7 unités vers la droite
c) Un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{3}$ et une translation de 4 unités vers la gauche
5. $y = -f(\frac{1}{5}(x - 3))$
6. a) (–12, 4) **b)** (–3, 24) **c)** (–23, –32) **d)** (–36, –12)
7. a) $(a + 7, 0)$; $(0, 3b + 2)$ **b)** $(-4a, 0)$; $(0, b - 7)$
c) $(a - 10, 0)$; $(0, 4b - 3)$ **d)** $\left(\frac{a}{2}, 0\right)$; $(0, -b - 6)$

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

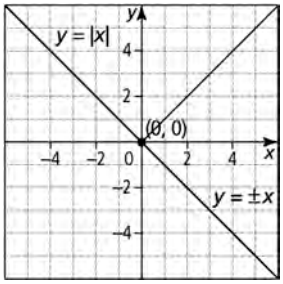
FR 1-5 Exercices supplémentaires – section 1.4

1. a) Il faut intervertir l'abscisse et l'ordonnée du graphique ou de l'équation.
b) $y = f^{-1}(x)$ ou $x = f(y)$ **c)** $(x, y) \rightarrow (y, x)$

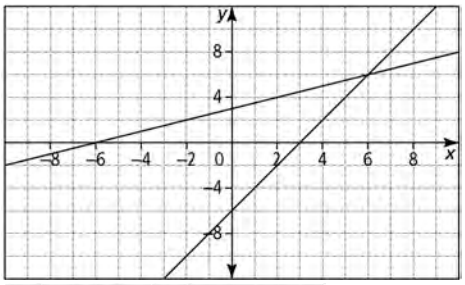
2. a)



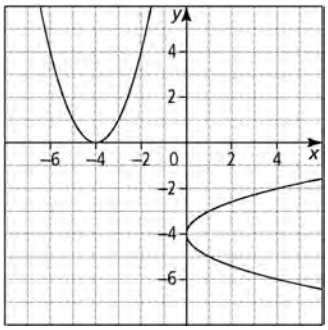
b)



c)



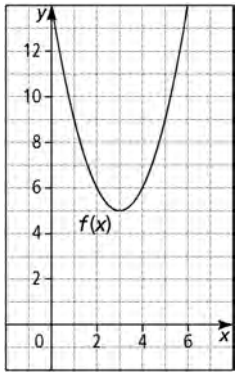
d)



3. a) Les réciproques en a), en b) et en d) ne sont pas des fonctions. Une droite verticale coupe le graphique de chacune de ces réciproques en plus d'un point. Cela signifie que la relation n'est pas une fonction.

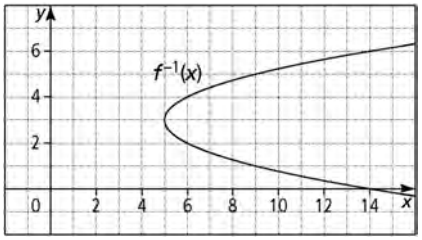
4. a) $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2$ **b)** $f^{-1}(x) = 2x - 10$
c) $f^{-1}(x) = 3x - 12$ **d)** $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

5. a)



Domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$; image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 5\}$

b)



Domaine : $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 5\}$; image : $\{y \in \mathbb{R}\}$

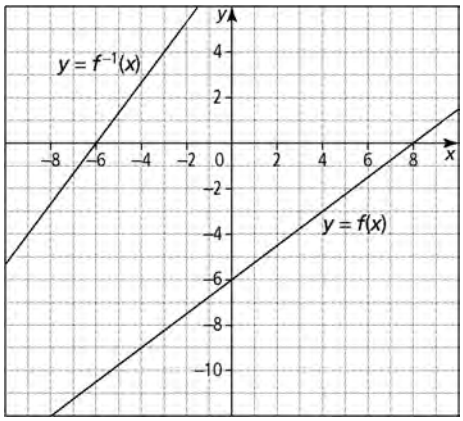
c) Je peux restreindre le domaine à $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$ ou à $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$.

6. a) $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x - 4}$ **b)** $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x + 7}$
c) $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x - 5} + 2$ **d)** $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x + 9} + 5$

7. a) $x \geq 0$ ou $x \leq 0$ **b)** $x \geq -4$ ou $x \leq -4$
c) $x \geq 3$ ou $x \leq 3$ **d)** $x \geq 0$ ou $x \leq 0$

8. a) 12 **b)** 6 **c)** 16 **d)** 8

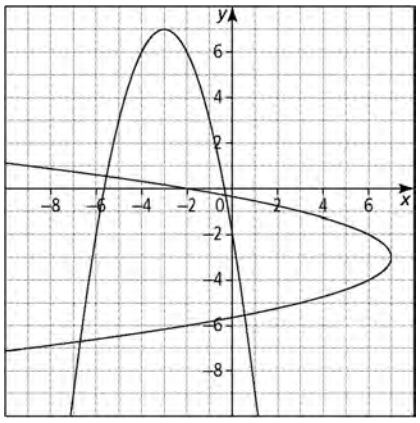
9. a)



La réciproque est une fonction.

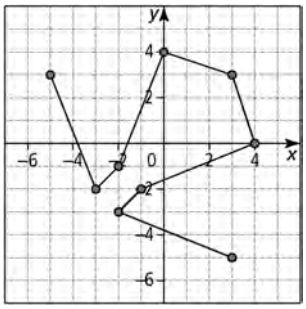
Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

b)



La réciproque n'est pas une fonction.

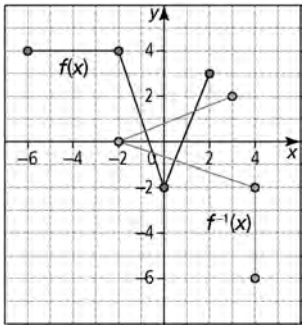
c)



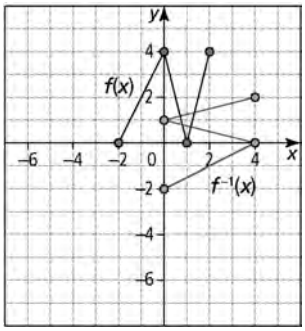
La réciproque n'est pas une fonction.

FR 1-7 Test du chapitre 1

1. D
2. C
3. A
4. A
5. B
6. A
7. $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$
8. (0, −20)
9. $y = \frac{1}{3} f(2x)$
10. $k = 3{,}5$
11. a)



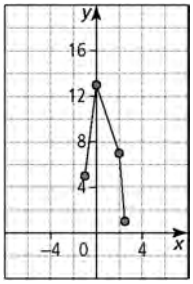
b)



12. a) Un étirement vertical par un facteur de 2 par rapport à l'axe des x ; $g(x) = 2\sqrt{x}$
b) Un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{4}$ par rapport à l'axe des y ; $g(x) = \sqrt{4x}$

13. a) Un étirement vertical par un facteur de 3 par rapport à l'axe des x, un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{2}$ par rapport à l'axe des y, une réflexion par rapport à l'axe des y et une translation de 1 unité vers la droite et de 4 unités vers le haut

b)



14. a) Ordonnée à l'origine : $-6k$; l'ordonnée à l'origine initiale est multipliée par la valeur de k.
b) Abscisses à l'origine : $\frac{-2}{m}$ et $\frac{3}{m}$; les abscisses à l'origine initiales sont multipliées par la valeur de $\frac{1}{m}$.

15. a) $y = (x - 1)^2$ **b)** (0, 1)
c) $y = 1 \pm \sqrt{x}$ **d)** $x \leq 1$ ou $x \geq 1$

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FRO 1

Grille d'évaluation pour les projets – approche globale

Note/Niveau	Description globale
5 **(Normes d'excellence)**	❑ Applique et développe de **solides** stratégies et processus mathématiques et fait des comparaisons et des liens **importants** qui montrent une compréhension **approfondie** de la façon d'élaborer une solution complète. ❑ Applique des procédures **efficaces** et peut faire une **erreur mathématique mineure** ne nuisant pas à la compréhension. ❑ Utilise un vocabulaire mathématique **significatif** pour expliquer sa compréhension et justifie ses conclusions de façon **détaillée.** ❑ Sa présentation est **bien structurée** et **appropriée** à la matière. Elle est **intéressante pour l'auditoire** et **s'appuie sur le contenu mathématique** de la recherche et sur les conclusions de celle-ci.
4 **(Dépasse les attentes)**	❑ Applique et développe de **solides** stratégies et processus mathématiques et fait des comparaisons et des liens **vraisemblables** qui démontrent une compréhension **claire.** ❑ Applique des procédures **vraisemblables** et peut faire une **erreur mathématique mineure** pouvant nuire à la compréhension d'une partie d'une solution complète. ❑ Utilise un vocabulaire mathématique **approprié** pour expliquer sa compréhension et justifie ses conclusions de façon **claire.** ❑ Sa présentation est **structurée** et **appropriée** à la matière. Elle est **généralement intéressante pour l'auditoire** et **s'appuie généralement sur le contenu mathématique** de la recherche et sur les conclusions de celle-ci.
3 **(Répond aux attentes)**	❑ Applique et développe des stratégies et des processus mathématiques **pertinents** et fait **quelques** comparaisons et liens qui démontrent une compréhension **élémentaire.** ❑ Applique des procédures **élémentaires** et peut faire une **erreur mathématique ou une omission majeure.** ❑ Utilise le vocabulaire **courant** pour expliquer sa compréhension et justifie ses conclusions de façon **minimale.** ❑ Sa présentation est **assez structurée** et **appropriée** à la matière. Elle **peut manquer d'attrait pour l'auditoire** et contient **quelques incohérences ou omissions,** dont des incohérences entre la présentation et le contenu mathématique de la recherche et les conclusions de celle-ci.
2 **(Ne répond pas aux attentes)**	❑ Applique et développe **quelques** stratégies et processus mathématiques **pertinents** et fait un **minimum** de comparaisons et de liens qui mènent à une **solution partielle.** ❑ Applique des procédures élémentaires et peut faire **plusieurs erreurs mathématiques importantes.** ❑ Communique **peu.** ❑ Sa présentation **manque de structure**, offre **peu d'attrait pour l'auditoire** et contient des **incohérences ou des omissions évidentes**, dont des incohérences entre la présentation et le contenu mathématique de la recherche et les conclusions de celle-ci.
1 **(Débutant)**	❑ Applique et développe un **début** de stratégie qui peut être **partiellement correct** ou aurait pu mener à une solution correcte. ❑ Applique des procédures **très élémentaires** et fait **plusieurs erreurs mathématiques majeures.** ❑ Communique **peu ou pas du tout.** ❑ Sa présentation a une structure **minimale ou non existante.** Elle offre **très peu d'attrait pour l'auditoire** et contient de **nombreuses incohérences et omissions,** dont des incohérences entre la présentation et le contenu mathématique de la recherche et les conclusions de celle-ci.

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FRO 2

Grille d'évaluation pour les projets – approche par élément

Critères	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5
Compréhension					
• **Stratégies et processus mathématiques**	• Élabore un début de stratégie.	• Élabore quelques stratégies et des processus pertinents.	• Élabore des stratégies et des processus pertinents.	• Élabore des stratégies et des processus mathématiques approfondis.	• Élabore des stratégies et des processus mathématiques approfondis et détaillés.
• **Comparaisons et liens**	• Ne fait ni comparaison ni lien, ou en fait qui ne sont pas appropriés.	• Fait un nombre minimal de comparaisons et de liens qui mènent à une solution partielle.	• Fait quelques comparaisons et liens qui montrent une compréhension élémentaire.	• Fait des comparaisons et des liens vraisemblables. Montre une bonne compréhension.	• Fait des comparaisons et des liens significatifs. Montre une compréhension approfondie.
Liens					
• **Démarches**	• Utilise des procédures qui reflètent un bon début.	• Utilise des procédures partiellement valables.	• Utilise des procédures élémentaires.	• Utilise des procédures vraisemblables.	• Utilise des procédures efficaces.
• **Reflet du niveau de compréhension**	• Ses stratégies pourraient mener à une solution correcte.	• Peut faire plusieurs erreurs mathématiques importantes.	• Peut faire une erreur ou une omission importante.	• Peut faire une erreur mathématique mineure qui peut nuire à la compréhension dans une des parties.	• Peut faire une erreur mathématique mineure qui n'a pas d'incidence sur la compréhension ou la réponse finale.
Communication					
• **Utilisation du vocabulaire mathématique**	• Utilise mal le vocabulaire mathématique ou ne l'utilise pas du tout.	• Utilise peu le vocabulaire mathématique ou ne l'utilise pas du tout.	• Utilise le vocabulaire courant.	• Utilise le vocabulaire approprié.	• Utilise un vocabulaire significatif.
• **Justification des conclusions**	• Ne justifie pas ses conclusions ou les justifie de façon inadéquate.	• Justifie peu ses conclusions ou ne les justifie pas du tout.	• Justifie ses conclusions de façon minimale.	• Justifie clairement ses conclusions.	• Justifie ses conclusions de façon approfondie.

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FRO 2
(suite)

Grille d'évaluation pour les projets – approche par élément

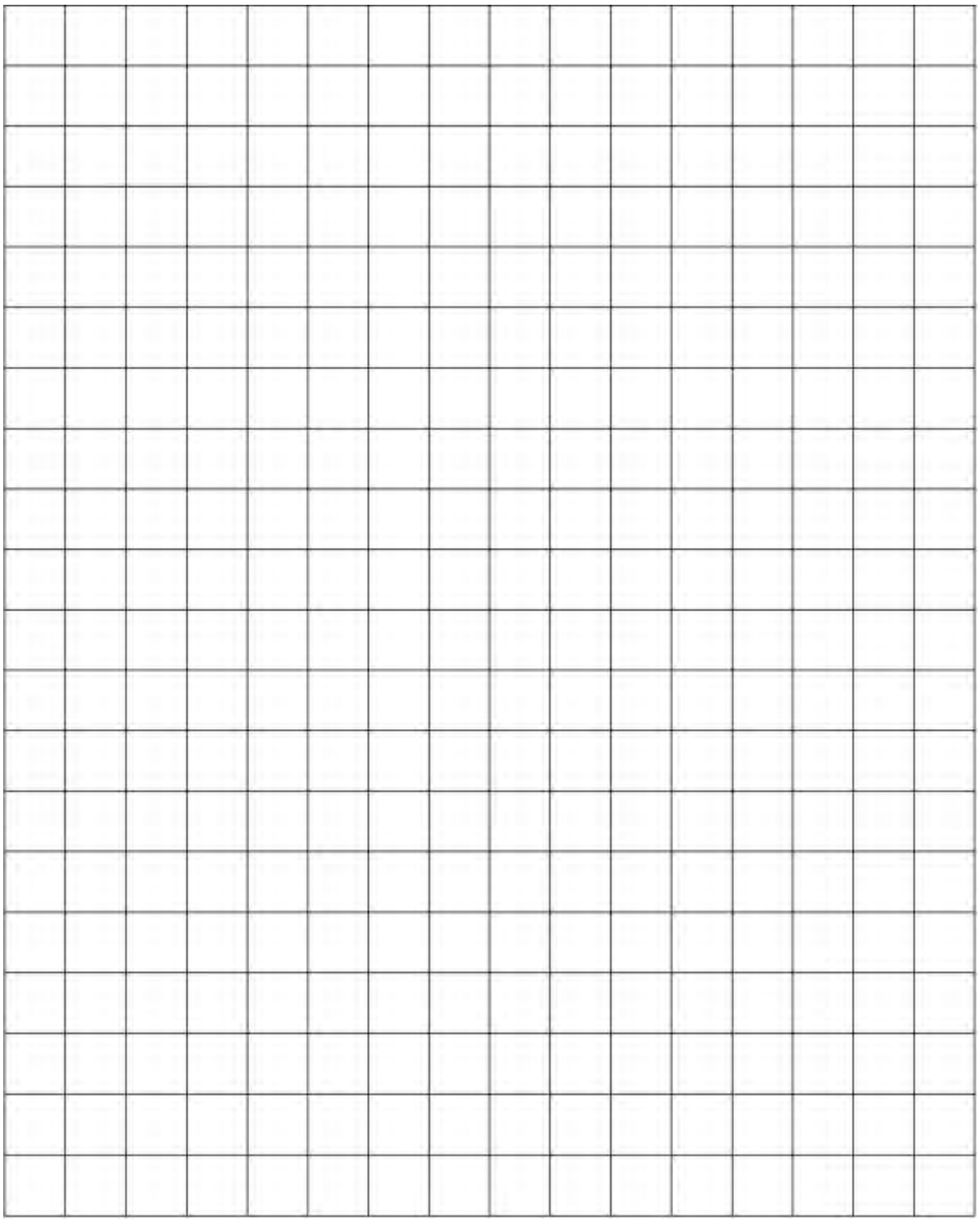
Critères	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5
Présentation					
• **Pertinence de la forme de présentation**	• Commence à développer une forme de présentation.	• Utilise une forme de présentation inappropriée ou mal développée.	• Utilise une forme de présentation convenable.	• Utilise une forme de présentation appropriée.	• Utilise une forme de présentation appropriée de façon convaincante.
• **Clarté**	• Communique peu.	• Communique à un niveau élémentaire.	• Communique avec une certaine difficulté.	• Communique clairement.	• Communique clairement et d'une manière facile à suivre.
• **Attrait pour l'auditoire**	• Ne tient pas compte de l'auditoire.	• Offre peu d'attrait pour l'auditoire.	• Ne s'adresse pas toujours directement à l'auditoire ou ne tient pas toujours compte des besoins ou des intérêts de l'auditoire.	• S'adresse directement à l'auditoire.	• Met l'accent sur les besoins et les intérêts de l'auditoire.
• **Exactitude des renseignements**	• Présente des renseignements qui ne s'appuient pas sur la recherche.	• Présente des renseignements qui s'appuient de façon minimale sur la recherche.	• Présente des renseignements élémentaires qui s'appuient en grande partie sur la recherche.	• Présente des renseignements exacts.	• Présente des renseignements exacts et détaillés.

Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FRO 3

Papier quadrillé à 1 cm

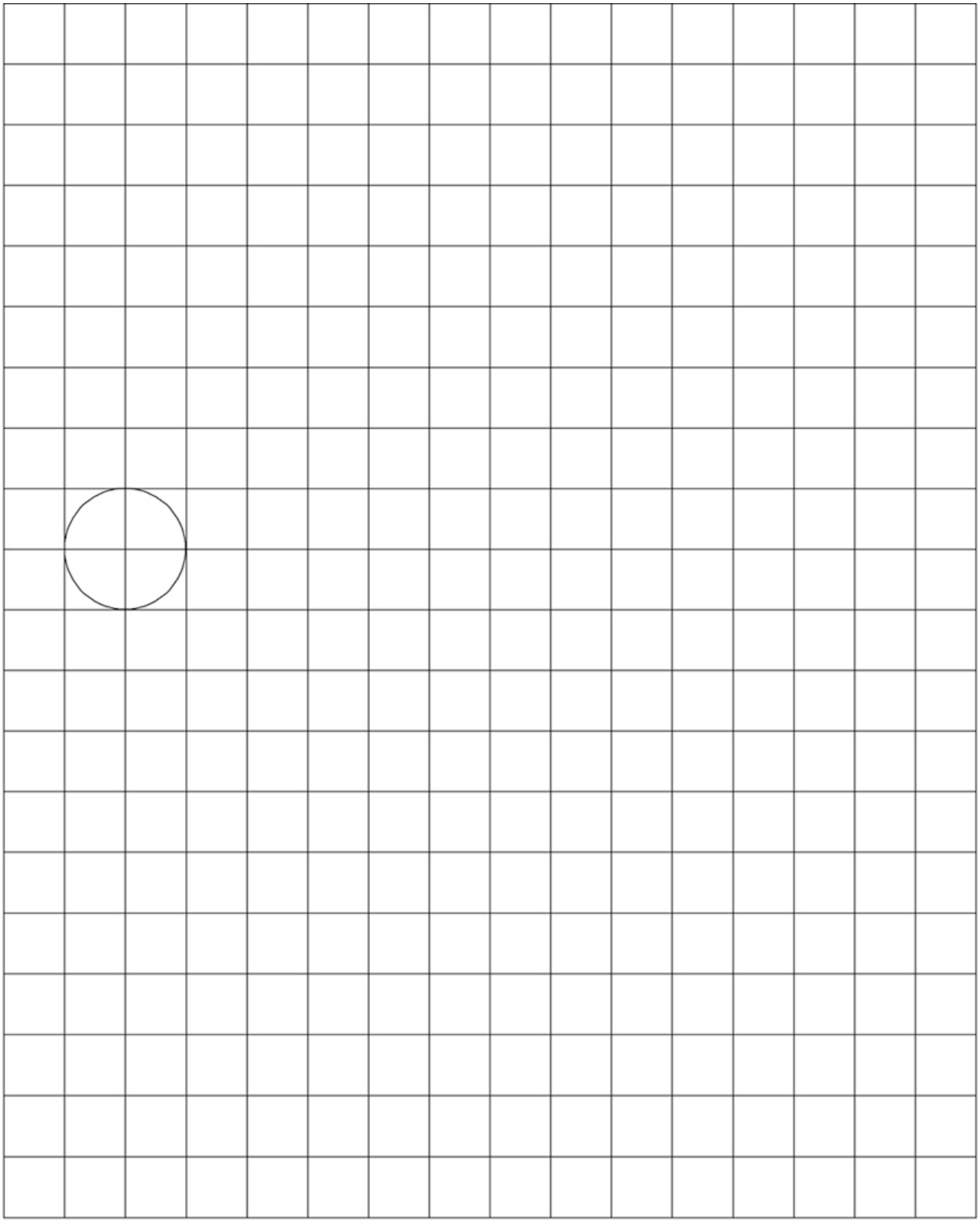


Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.

Nom : _____ Date : _____

FRO 4

Cercle unitaire sur papier quadrillé



Reproduction autorisée © Chenelière Éducation inc.