Fondements des mathématiques 10

VERSION FRANÇAISE DE

Foundations of Mathematics 10

OFFERT EN ANGLAIS CHEZ MCGRAW-HILL RYERSON

TIRÉ À PART

Chapitre 6

Parution automne 2008

AVIS AU LECTEUR

Nous désirons vous informer que cet extrait est une version provisoire et non la reproduction du produit final. Des éléments de contenu et des illustrations s'ajouteront à la version finale. De plus, il peut subsister quelques erreurs ou coquilles typographiques. Nous ferons les corrections nécessaires pour la version imprimée.

ISBN 978-2-7651-0520-6

Chenelière McGraw-Hill

CHENELIÈRE ÉDUCATION

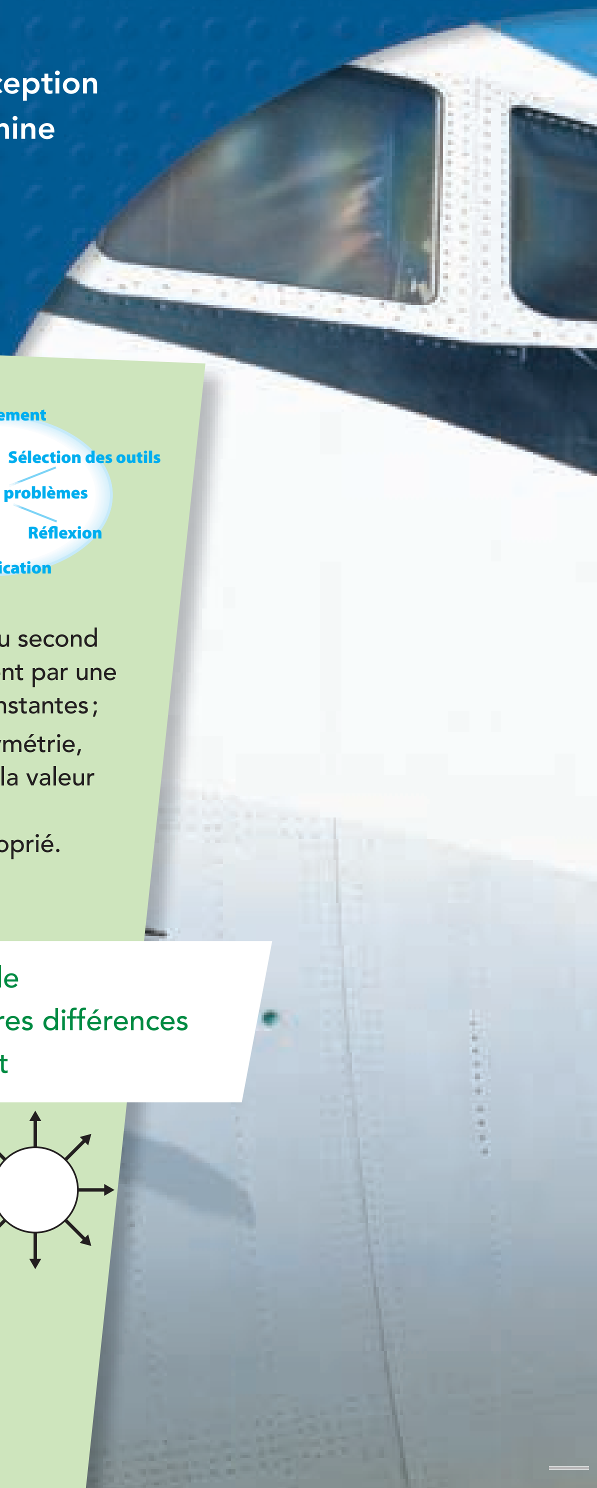
7001, boul. Saint-Laurent
Montréal (Québec)
Canada H2S 3E3
Téléphone : 514 273-1066
Télécopieur : 514 276-0324
info@cheneliere.ca

Fondements des mathématiques 10

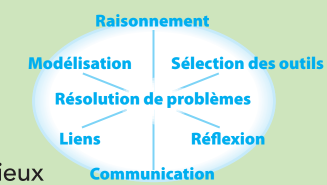
Table des matières

6 Les fonctions du second degré

La forme du nez des appareils importe beaucoup dans la conception des avions. C'est la vitesse à laquelle volera l'avion qui détermine la forme aérodynamique idéale du nez de l'appareil. L'avion commercial qui vole à des vitesses inférieures à la vitesse du son a un nez arrondi en forme de parabole.



Dans ce chapitre, tu vas :



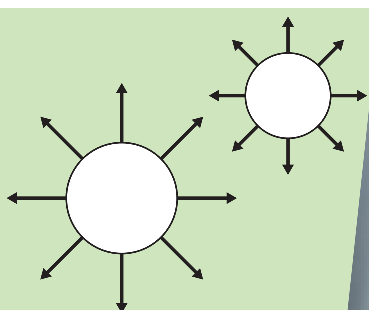
- recueillir des données qui peuvent être modélisées par une fonction du second degré, tirées soit d'expériences faites avec l'équipement et la technologie appropriés, soit de sources secondaires ;
- représenter graphiquement les données et tracer la courbe la mieux ajustée, s'il y a lieu, à l'aide ou non d'outils technologiques ;
- déterminer, par l'exploration à l'aide d'outils technologiques, qu'une fonction du second degré de la forme $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) peut être représentée graphiquement par une parabole, et que, dans le tableau de valeurs, les deuxièmes différences sont constantes ;
- établir les principales caractéristiques d'une parabole (l'équation de l'axe de symétrie, les coordonnées du sommet, l'ordonnée à l'origine, les abscisses à l'origine et la valeur maximale ou minimale) à partir d'un graphique donné ou généré à partir de son équation, puis décrire ces caractéristiques en utilisant un vocabulaire approprié.

Termes clés

abscisses à l'origine	fonction du second degré	parabole
axe de symétrie	maximum	premières différences
deuxièmes différences	minimum	sommet

Littératie

À l'aide d'un diagramme composé de cercles et de flèches, note tes connaissances antérieures sur le sujet et formule des questions sur les concepts présentés dans ce chapitre.



Bien des gens font carrière dans l'industrie aérospatiale. Leurs études, leurs connaissances, leurs compétences et leur expérience sont essentielles à la mise au point des produits sophistiqués utilisés dans cette industrie. De tels produits sont conçus puis fabriqués par des technologues en aérospatiale.

Prépare-toi !

Évaluer des expressions

1. Remplace x par la valeur indiquée pour évaluer chacune de ces expressions. Nous avons évalué la première expression à titre d'exemple.

a) $3x^2 + 2, x = -1$
$= 3(-1)^2 + 2$
$= 3(1) + 2$
$= 3 + 2$
$= 5$

b) $x^2 - 3, x = 1$

c) $-2x^2 + 3x - 1, x = -2$

d) $0{,}5x^2 + 0{,}25, x = 5$

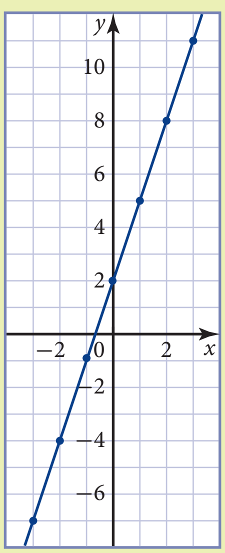
e) $-0{,}02x^2 - 3{,}12, x = 3$

Les fonctions affines

2. Pour chacune de ces fonctions, crée un tableau de valeurs de $x = -3$ à $x = 3$, puis trace le graphique de la fonction. Nous avons fait la partie a) à titre d'exemple.

a) $y = 3x + 2$

x	y
−3	−7
−2	−4
−1	−1
0	2
1	5
2	8
3	11



b) $y = -x + 6$

c) $y = 2x - 1$

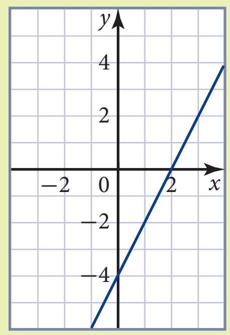
d) $y = -2x + 3$

e) $y = 0{,}5x - 3$

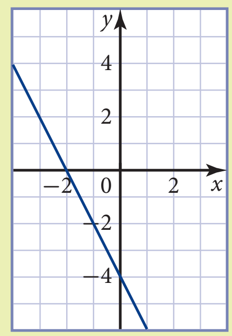
3. À l'aide d'une calculatrice graphique, trace le graphique de chaque fonction de la question 2.

4. Pour chacune de ces fonctions, détermine l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine.

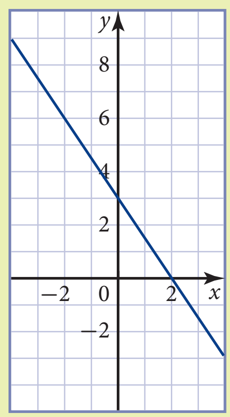
a)



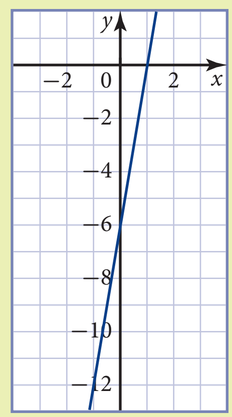
b)



c)



d)



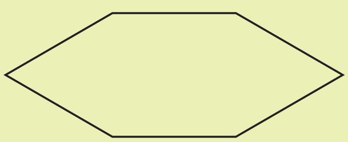
Problème du chapitre

Des archéologues ont découvert dans les gorges d'Olduvai, en Tanzanie, une mâchoire humaine fossilisée vieille de 1,8 million d'années (A). Une autre mâchoire fossilisée vieille de 2,5 millions d'années (B) a été trouvée sur le site archéologique de la vallée de Makapansgat, en Afrique du Sud. Ces découvertes offrent aux scientifiques une occasion unique d'en apprendre davantage sur l'évolution des premiers humains. Décris la forme de ces fossiles. Selon toi, quelle relation mathématique modéliserait le mieux la forme de ces mâchoires ?

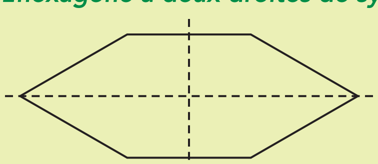
Les axes de symétrie

5. Combien d'axes de symétrie chacune de ces figures comporte-t-elle ? Copie chaque figure, puis trace ses axes de symétrie. Nous avons résolu la partie a) à titre d'exemple.

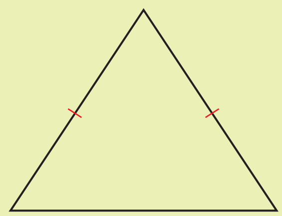
a)



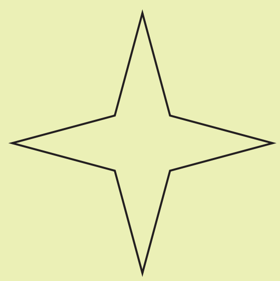
L'hexagone a deux droites de symétrie.



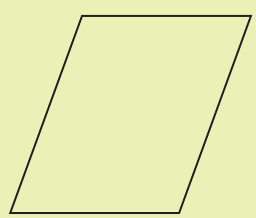
b)



c)



d)



6.1 Explorer les fonctions non affines

Iron Bridge, le premier pont d'acier trempé, a été construit en 1779 au-dessus du fleuve Severn, en Angleterre. La forme des arches ne peut être modélisée par une fonction affine. Dans cette section, tu vas explorer un des types de relations non affines.

Explore

Matériel

- papier quadrillé

L'aire d'un rectangle

1. Sur du papier quadrillé, trace divers rectangles d'un périmètre de 26 unités. Reproduis ce tableau, puis remplis-le pour les rectangles ayant des longueurs de 1 à 12 unités.

Longueur (unités)	Largeur (unités)	Aire (unités carrées)
1	12	12
2		

2. Sur du papier quadrillé, trace le graphique des données du tableau. Représente les longueurs sur l'axe horizontal et les aires sur l'axe vertical.

3. Trace la droite la mieux ajustée. À quel point cette droite correspond-elle aux données ? Explique ta réponse.

4. **a)** Trace une courbe continue qui passe par les points.
b) **Réfléchis** Décris la forme du graphique.

5. À partir de ton graphique, estime l'aire d'un rectangle qui a une longueur de 2,5 unités.

La relation entre la longueur d'un rectangle qui a un périmètre fixe et l'aire de ce rectangle n'est pas affine. Cela est un exemple de **fonction du second degré**. Le graphique d'une fonction du second degré est une **parabole**.

fonction du second degré
- Une équation qui décrit une parabole.
- Une équation sous la forme $y = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0$.

parabole
- Un graphique symétrique en forme de U.
- Le graphique d'une fonction du second degré.

Exemple 1 Tracer la droite ou la courbe la mieux ajustée

Représente graphiquement les données de chaque tableau.
Trace la droite ou la courbe la mieux ajustée. Explique ton choix.

a)

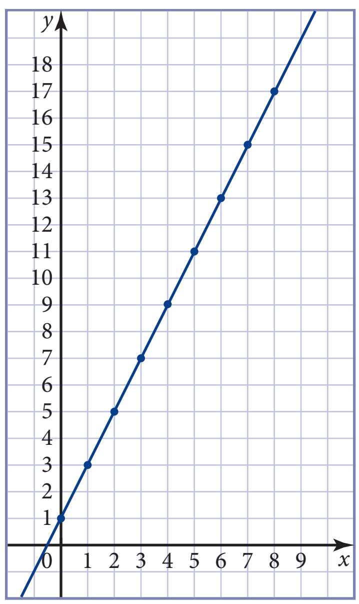
x	y
0	1
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
7	15
8	17

b)

x	y
0	16
1	9
2	4
3	1
4	0
5	1
6	4
7	9
8	16

Solution

a)



Les points étant alignés, j'ai donc tracé la droite la mieux ajustée.

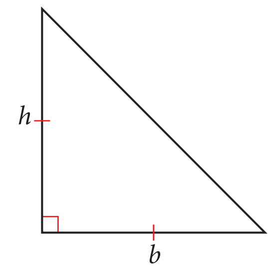
b)

Les points n'étant pas alignés, j'ai donc tracé la courbe la mieux ajustée.

Exemple 2

L'aire d'un triangle

La formule de l'aire d'un triangle est $A = \frac{1}{2}bh$, où b représente la longueur de la base et h représente la hauteur. Dans un triangle rectangle isocèle, la longueur de la base est égale à la hauteur.



a) Calcule l'aire de six triangles rectangles isocèles dont la base est égale à un nombre entier de 1 à 6 cm. Note la longueur des bases et les aires dans un tableau.

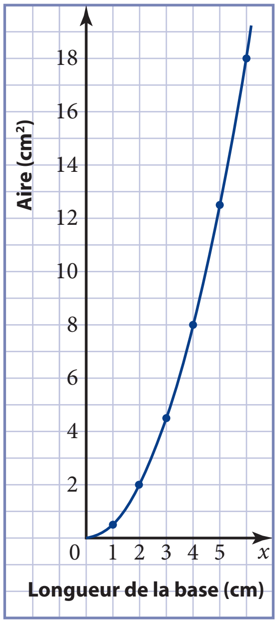
b) Représente graphiquement les données. Trace une courbe continue qui passe par les points.

Solution

a)

Longueur de la base (cm)	Aire (cm^2)
1	0,5
2	2,0
3	4,5
4	8,0
5	12,5
6	18,0

b)



Concepts clés

- Une fonction du second degré est un type de fonction non affine.
- Le graphique d'une fonction du second degré se nomme une parabole.

Parle des concepts

D1. Décris en quoi le graphique d'une fonction du second degré diffère du graphique d'une fonction affine.

D2. Réfère-toi aux tableaux de valeurs de l'exemple 1. Compare les données des deux tableaux.

Exerce-toi A

Si tu as besoin d'aide pour répondre à la question 1, reporte-toi à l'exemple 1.

1. Représente graphiquement chacun de ces ensembles de données. Trace la droite ou la courbe la mieux ajustée. Explique ton choix.

a)

x	y
3	12
4	7
5	4
6	3
7	4
8	7
9	12

b)

x	y
0	4
2	5
4	6
6	7
8	8
10	9
12	10

c)

x	y
1	0
2	7
3	12
4	15
5	16
6	15
7	12
8	7

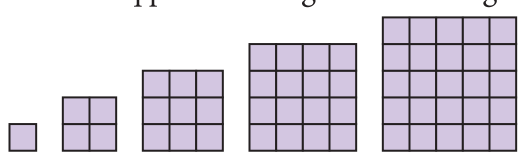
d)

x	y
0	8,0
1	6,5
2	6,0
3	6,5
4	8,0
5	10,5
6	14,0
7	18,5

Applique les concepts B

Si tu as besoin d'aide pour répondre aux questions 2 et 3, reporte-toi à l'exemple 2.

2. Voici les cinq premières figures d'une régularité.



a) Reproduis ce tableau, puis remplis-le pour les cinq figures.

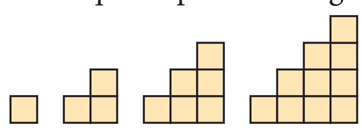
Longueur du côté (unités)	Aire (Unités carrées)
1	1
2	

b) Représente graphiquement les données pour comparer les longueurs des côtés avec les aires des carrés. Trace la courbe la mieux ajustée.

3. La formule de l'aire du cercle est $A = \pi r^2$, où r est le rayon du cercle.
   a) Calcule l'aire de cinq cercles, dont les rayons mesurent respectivement 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm et 5 cm.
      Note la mesure des rayons et des aires dans un tableau.
   b) Représente graphiquement les données du tableau. Relie les points par une courbe continue.

4. a) Dresse la liste de toutes les dimensions possibles (nombres naturels seulement) d'un rectangle qui a un périmètre de 18 cm. Calcule l'aire de chaque rectangle. Note les dimensions et les aires dans un tableau.
   b) Représente graphiquement les données de longueur et d'aire. Représente la longueur sur l'axe horizontal et l'aire sur l'axe vertical.
   c) À partir du graphique de la partie b), estime l'aire d'un rectangle dont la longueur mesure 4,5 cm.

5. Voici les quatre premières figures d'une régularité.

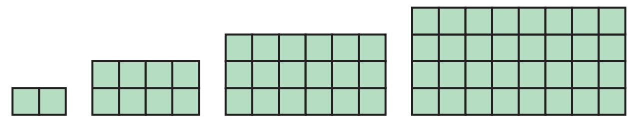


   a) Reproduis ce tableau, puis remplis-le pour les huit premières figures de la régularité.

Base	Hauteur	Périmètre	Aire
1	1	4	1
2	2	8	3
3			6
			10

   b) Trace un graphique pour comparer les bases et les périmètres des figures. Quel type de relation existe-t-il entre la base d'une figure et son périmètre ? Pourquoi ?
   c) Trace un graphique pour comparer les bases et les aires des figures. Quel type de relation existe-t-il entre la base d'une figure et son aire ? Pourquoi ?
   d) Détermine le périmètre et l'aire de la figure dont la base mesure 15 unités.

6. Voici les quatre premières figures d'une régularité.



a) Reproduis ce tableau, puis remplis-le pour les huit premières figures de la régularité.

Largeur	Longueur	Aire
1	2	2
2	4	8
3	6	

b) Quel type de relation existe-t-il entre la largeur et la longueur de ces figures ? Pourquoi ?

c) Quel type de relation existe-t-il entre la largeur et l'aire de ces figures ? Pourquoi ?

d) Détermine la largeur et l'aire de la figure dont la longueur mesure 16 unités.

e) Vito prévoit couvrir, avec des dalles de patio carrées, une aire qui a la même forme que celle de cette régularité. Si le périmètre comporte 60 unités, quelle est l'aire de la figure ?

7. Lucien a un secret qu'il révèle à deux amis. Chaque ami le raconte à deux autres amis et ainsi de suite. Suppose qu'il y a 257 élèves dans l'école.

Nombre d'élèves	Nombre de conversations

a) Trace un graphique afin de modéliser la situation de Lucien pour les quatre premières étapes seulement.

b) Reproduis le tableau, puis remplis-le.

c) Représente graphiquement les données.

d) La relation est-elle une fonction affine, une fonction du second degré ou ni l'une ni l'autre ? Comment le sais-tu ?

8. Éléonor a 50 m de bordure pour entourer un jardin. À l'aide de papier quadrillé, trace tous les rectangles possibles d'un périmètre de 50 unités. Modifie chaque fois la longueur et la largeur de 1 m. Note tes résultats dans un tableau.

a) Crée un tableau de valeurs pour représenter l'aire ; la largeur augmente de 1 m à 10 m, 1 m à la fois, tandis que la longueur diminue similairement de 1 m à la fois.

b) Sur du papier quadrillé, trace un graphique pour comparer les largeurs et les aires.

c) Trace la courbe la mieux ajustée.

d) À partir du graphique, détermine la longueur et la largeur qu'Éléonor doit choisir pour que l'aire du jardin soit la plus grande possible.

Approfondis les concepts C

Math plus

Le temps que met un pendule pour faire une oscillation complète, aller et retour, se nomme la période du pendule.

9. Compare des pendules de longueurs différentes. Le poids à l'extrémité est le même pour tous les pendules. Les données représentent le temps que met le pendule pour faire une oscillation complète.

a) Trace les données sur du papier quadrillé.

b) Trace la droite ou la courbe la mieux ajustée.

c) S'agit-il d'une fonction affine ou d'une fonction du second degré ?

d) À partir du graphique, prédis le temps que met un pendule de 90 cm pour faire une oscillation complète.

e) À partir du graphique, prédis le temps que met un pendule de 50 cm pour faire une oscillation complète.

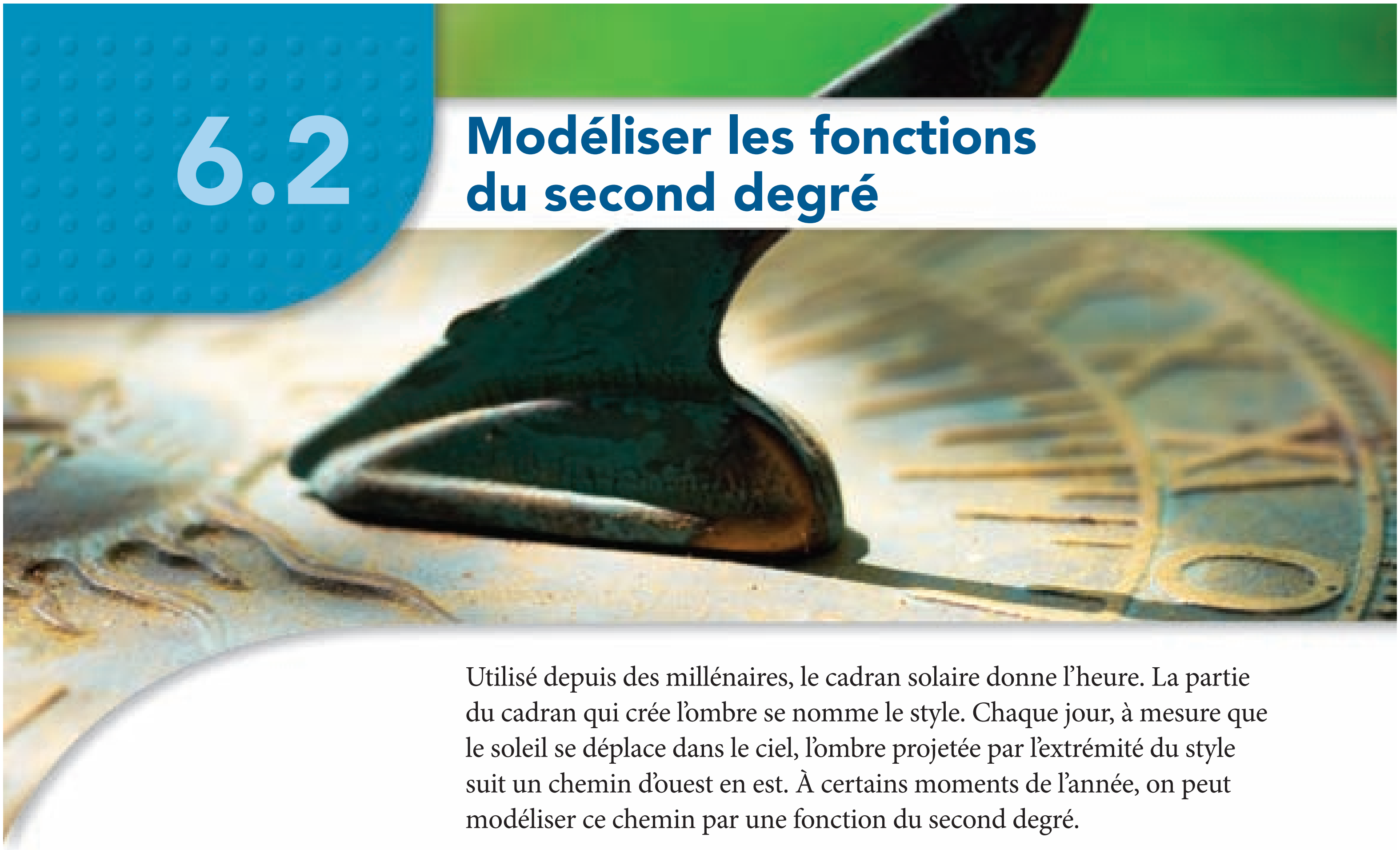
f) Que peux-tu conclure sur la longueur du pendule et le temps qu'il met pour faire une oscillation complète ?

g) Prédis ce qui changerait dans les données si on plaçait un poids plus lourd à l'extrémité de chaque pendule.

Longueur (cm)	Temps (s)
5	0,46
10	0,64
20	0,90
40	1,27
60	1,55
80	1,80
100	2,00
120	2,20

4151_CH06_P238-244_3.indd 244 4/18/08 1:34:08 PM

6.2 Modéliser les fonctions du second degré



Utilisé depuis des millénaires, le cadran solaire donne l'heure. La partie du cadran qui crée l'ombre se nomme le style. Chaque jour, à mesure que le soleil se déplace dans le ciel, l'ombre projetée par l'extrémité du style suit un chemin d'ouest en est. À certains moments de l'année, on peut modéliser ce chemin par une fonction du second degré.

Explore A

Matériel

- sonde CBR[MC]
- calculatrice graphique

Math plus

Les fonctions du second degré sont également appelées fonctions quadratiques. Le mot « quadratique » vient du latin *quadrare* qui veut dire « rendre carré ».

Recueillir des données à l'aide d'outils technologiques

Ouvre le programme du CBR dans CBL/CBR APP.

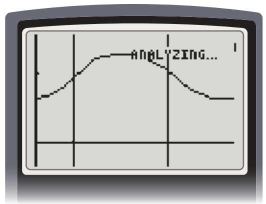
- Appuie sur 3.

Règle les paramètres de l'échantillon, puis démarre-le.

- Appuie sur ENTER ▼ 1 ▼ ▼ ENTER ▲ ▲ ▲ ▲ ENTER.

4151_CH06_P245-253_3.indd 245 4/18/08 1:42:55 PM

- Détache le cordon de la sonde CBR. Plie les genoux et écarte les pieds à la largeur de tes épaules. Tiens la sonde devant toi, avec les deux mains, de façon à ce que la face circulaire et le bouton de détente soient tournés vers le sol. Presse sur la détente de la sonde et fais un saut. Rattache le cordon à la sonde CBR. Pour transférer les données dans la calculatrice, appuie sur ENTER.



- Pour sélectionner la région du graphique, appuie sur ENTER 4 1. À l'aide des touches fléchées, déplace le curseur jusqu'à un point où la parabole commence. Appuie sur ENTER.
- À l'aide des touches fléchées, déplace le curseur le plus loin possible à droite, puis appuie sur ENTER. La fenêtre se redimensionne de façon automatique pour s'adapter au domaine sélectionné.
- Pour sortir de CBL/CBR APP, appuie sur ENTER 7.
- Pour tracer la parabole la mieux ajustée :
  - Appuie sur STAT ▶ 5 VARS ▶ 1 1 ENTER.
  - Appuie sur GRAPH pour tracer le graphique de la fonction.

Le dernier écran affiche tes données de temps et de distance.

1. Quelle est la hauteur maximale de ton saut ? Comment le sais-tu ?
2. Quelle hauteur maximale la sonde CBR a-t-elle atteinte ? Comment le sais-tu ?
3. **Réfléchis** Reporte-toi à l'équation qui représente la portion de ton saut qui est une parabole. Décris les caractéristiques de l'équation. En quoi cette équation diffère-t-elle d'une équation du premier degré ?

On représente la fonction du second degré par une équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$. Le coefficient du terme au carré ne peut pas être 0. Voici trois exemples de fonctions du second degré :

$y = x^2$ $\qquad$ $y = 5x^2 - 4$ $\qquad$ $y = 2x^2 + 3x + 1$

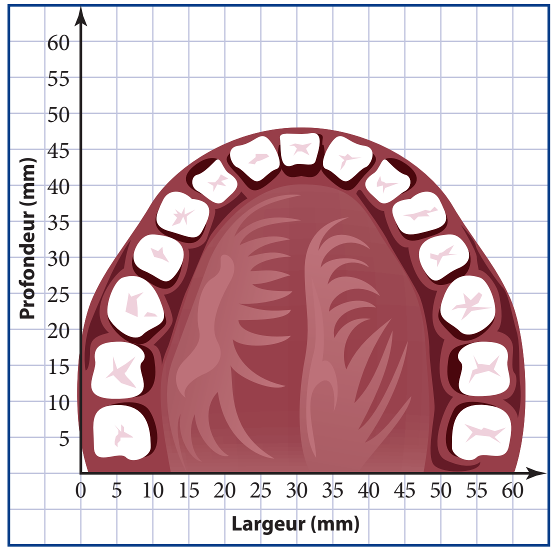
Explore B — L’empreinte dentaire humaine

Matériel

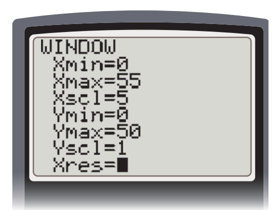
- calculatrice graphique

1. Reproduis ce tableau, puis remplis-le.

largeur (mm)	Profondeur (mm)
0	
5	
10	
15	
20	
25	
30	
35	
40	
45	
50	
55	



2. Sur une calculatrice graphique, appuie sur [STAT] 1 [ENTER].
Saisis les données de largeur dans L1 et les données de profondeur dans L2.
   - Appuie sur [WINDOW].
   Utilise les paramètres d’affichage ci-contre.



   - Appuie sur [2nd] [STAT PLOT] [ENTER].
   Utilise les paramètres d’affichage ci-contre.
   - Appuie sur [GRAPH].

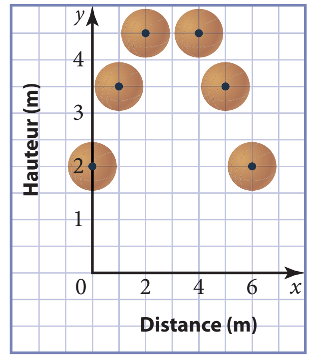
3. Appuie sur [STAT] [▶] 5 [2nd] [L1] [,] [2nd] [L2] [,] [VARS] [▶] 1 1 [ENTER].
Enregistre l’équation de la courbe la mieux ajustée.
   - Appuie sur [GRAPH].
   - Appuie sur [Y=]. Enregistre l’équation dans Y1.

4. **Réfléchis** Quel genre de fonction correspond le mieux aux données ?

Exemple

La trajectoire d'un ballon de basketball

Ce graphique représente la trajectoire d'un ballon de basketball. Le ballon ne doit pas toucher le plafond du gymnase situé à 5,5 m de hauteur. Au cours de ce lancer, le ballon touchera-t-il le plafond ? Montre ton travail à ton enseignant ou ton enseignante.



Solution

Les points ci-dessous sont tirés du graphique.

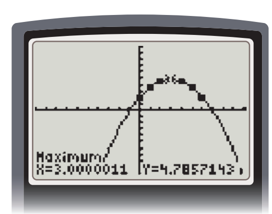
Distance (m)	Hauteur (m)
0	2,0
1	3,5
2	4,5
4	4,5
5	3,5
6	2,0

Saisis les données de distance dans L1 et les données de hauteur dans L2. Trace un nuage de points à partir de ces données.

- Appuie sur [STAT] [▶] 5 [2nd] [L1] [,] [2nd] [L2] [,] [VARS] [▶] 1 1 [ENTER].
- Appuie sur [GRAPH].
- Appuie sur [2nd] [CALC] 4.

  À l'aide des touches fléchées, déplace le curseur à gauche du point le plus élevé du graphique. Appuie sur [ENTER].

  À l'aide des touches fléchées, déplace le curseur à droite du point le plus élevé du graphique.
- Appuie sur [ENTER] [ENTER].



La hauteur maximale atteinte par le ballon est juste sous les 4,8 m. Le ballon ne touchera donc pas le plafond.

Concepts clés

- On peut représenter une fonction du second degré par une équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0$.
- À l'aide d'une calculatrice graphique, on peut déterminer l'équation de la parabole la mieux ajustée.

Parle des concepts

D1. Décris comment l'équation d'une fonction du second degré diffère de l'équation d'une fonction affine.

Exerce-toi A

1. Pour chacune de ces relations, détermine s'il s'agit d'une fonction du second degré ou d'une fonction affine. Comment le sais-tu ?

a) $y = x^2 + 1$ **b)** $y = 2x + 1$ **c)** $y = 3x^2$

d) $y = x^2 - 7x + 4$ **e)** $y = 6x$ **f)** $y = \frac{1}{2}x^2$

Si tu as besoin d'aide pour répondre à la question 2, reporte-toi à l'exemple 1.

2. À l'aide d'une calculatrice graphique, trace le graphique de chacun de ces ensembles de données. Décris le type de fonction qui représente le mieux les données.

a)

x	y
−4	57
−3	34
−2	17
−1	6
0	1
1	2
2	9
3	22
4	41

b)

x	y
−3	−18
−2	−13
−1	−8
0	−3
1	2
2	7
3	12

c)

x	y
0,0	0,250
0,5	1,875
1,0	3,250
1,5	4,375
2,0	5,250
2,5	5,875
3,0	6,250
3,5	6,375

Applique les concepts B

3. Ce tableau indique la température d'une piscine extérieure, enregistrée toutes les heures à partir de 10 h. À l'aide d'une calculatrice graphique, trace les points des données et la courbe la mieux ajustée.

Temps écoulé (h)	Température (°C)
1	20,0
2	23,5
3	25,0
4	25,0
5	23,5
6	20,0

4. Ce tableau indique la hauteur et la distance horizontale d'une balle de golf qui vient d'être frappée.

Distance horizontale (m)	Hauteur (m)
0	0,0
20	7,2
40	12,8
60	16,8
80	19,2
100	20,0
120	19,2
140	16,8
160	12,8

a) Trace un nuage de points à partir des données.

b) Détermine l'équation de la courbe la mieux ajustée.

c) Décris la relation entre la distance horizontale parcourue par la balle de golf et la hauteur qu'elle atteint.

5. Geoffroy et Raymond mesurent le temps que met un ballon pour rouler en bas d'une rampe. Ils répètent l'expérience plusieurs fois, en modifiant chaque fois la hauteur de la rampe. Leurs résultats sont indiqués dans ce tableau.

Hauteur au-dessus du sol (cm)	Temps (s)
2	3,00
3	2,20
4	1,90
5	1,60
6	1,40
7	1,20
8	1,10
9	1,00
10	0,88
11	0,83

a) Trace un nuage de points à partir des données.

b) Détermine l'équation de la droite ou de la courbe la mieux ajustée.

6. Pour leur projet de sciences, Thalia et Lucas observent la croissance d'une culture bactérienne pendant douze jours et notent les données suivantes.

a) Trace un nuage de points à partir des données.

b) Détermine l'équation de la courbe la mieux ajustée.

c) De quel type de graphique s'agit-il ?

d) De quel type de relation s'agit-il ?

Jour	Nombre de bactéries (milliers)
1	25
2	100
3	200
4	400
5	600
6	900
7	1 200
8	1 600
9	2 000
10	2 500
11	3 000
12	3 600

Vérification des connaissances

7. Ces données ont été enregistrées par l'échosondeur d'un bateau de pêche qui passait au-dessus d'une formation sous-marine.

a) À l'aide d'une calculatrice graphique, trace les points, puis trace la droite ou la courbe la mieux ajustée.

b) Quelle est la forme de la formation sous-marine au-dessus de laquelle passent les pêcheurs ?

c) Le graphique donne-t-il une image exacte de la formation sous-marine ? Pourquoi ?

d) Que dois-tu faire pour interpréter correctement les données ?

Temps (s)	Profondeur (m)
0	100,124
0,5	153,345
1,0	202,457
1,5	237,763
2,0	265,675
2,5	306,670
3,0	275,560
3,5	244,342
4,0	206,450
4,5	154,670

8. Juliette a mesuré la distance nécessaire pour qu'une auto s'arrête, en fonction de diverses vitesses initiales.

Vitesse (km/h)	Distance de réaction (m)	Distance de freinage (m)	Distance totale d'arrêt (m)
50	18	40	58
60	22	72	94
70	26	98	124
80	29	128	157
90	33	162	195
100	37	200	237

a) Trace un graphique pour comparer la vitesse initiale à la distance de réaction.

b) Trace un deuxième graphique pour comparer la vitesse initiale à la distance de freinage.

c) Trace un troisième graphique pour comparer la vitesse initiale à la distance totale d'arrêt.

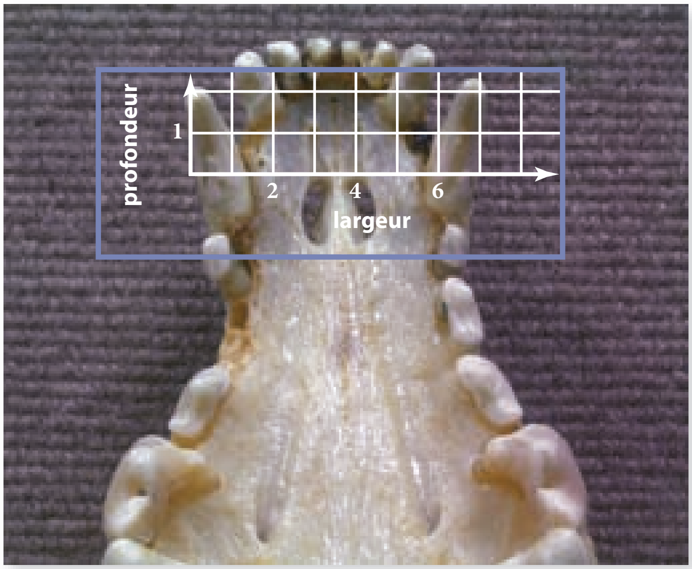
d) Quel type de relation chaque graphique modélise-t-il le mieux ? Pourquoi ?

e) Décris comment la police peut, à partir de telles données et de la longueur de la marque de freinage, estimer la vitesse à laquelle une auto roulait.

4151_CH06_P245-253_3.indd 252 4/18/08 1:43:40 PM

Problème du chapitre

9. Cette photo représente une mâchoire inférieure trouvée par un randonneur. Examine-la afin de déterminer les données qu'elle contient.



a) Travaille avec une ou un camarade. À l'aide de la grille, repère les points des données sur la photo, puis crée un tableau de valeurs.

b) Saisis les données sur une calculatrice graphique. Détermine l'équation qui représente le mieux la relation.

Littératie

10. Une *parabole* est une histoire inventée pour refléter une leçon de vie, le plus souvent à l'aide d'une comparaison ou d'une allégorie. Explique pourquoi le terme mathématique parabole et le terme littéraire *parabole* portent le même nom.

Approfondis les concepts C

11. Sers-toi de papier quadrillé. Pour chacune de ces fonctions, crée un tableau de valeurs et trace le graphique de la fonction.

a) $y = -2x^2 + 3x + 5$

b) $y = x^2 + 2x - 1$

c) $y = -x^2 - 5x - 1$

6.3 Les caractéristiques principales des fonctions du second degré

Des astronautes simulent la microgravité, auparavant appelée apesanteur, en pilotant un avion suivant une courbe parabolique. L’avion grimpe, il se redresse et, au moment où la chute commence, les astronautes font l’expérience de la microgravité. L’avion se redresse de nouveau et recommence à grimper vers une autre séance de microgravité. Chaque cycle dure environ une minute.

Explore A — La forme des fonctions du second degré

Matériel

- calculatrice graphique

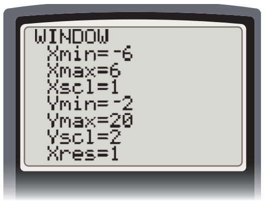
1. a) Appuie sur [WINDOW].
Utilise les paramètres d’affichage ci-contre.

b) Appuie sur [Y=]. Appuie sur Y1 $= x^2$. Saisis [GRAPH].
- Appuie sur [Y=]. Laisse l’équation dans Y1. Saisis Y1. Appuie sur Y2 $= 2x^2$.
- Appuie sur [GRAPH].
- Appuie sur [Y=]. Laisse les équations dans Y1 et Y2. Saisis Y3 $= 4x^2$. Appuie sur [GRAPH].
- Appuie sur [Y=]. Laisse les équations précédentes. Saisis Y4 $= 7x^2$.
- Appuie sur [GRAPH].

c) Compare chaque parabole avec celle qui la précède.

d) Dans ton cahier, fais le croquis des quatre paraboles dans un même plan cartésien. Nomme chaque parabole par son équation.

2. a) Appuie sur WINDOW.
Utilise les paramètres d'affichage ci-contre.



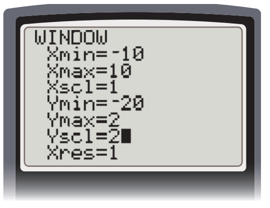
b) Appuie sur Y=. Enlève toutes les équations de la question 1.
Saisis Y1=x^2. Appuie sur GRAPH.

- Appuie sur Y=. Laisse l'équation dans Y1.
  Saisis Y2=$\left(\frac{1}{2}\right)x^2$. Appuie sur GRAPH.
- Appuie sur Y=. Laisse les équations dans Y1 et Y2.
  Saisis Y3=$\left(\frac{1}{4}\right)x^2$. Appuie sur GRAPH.
- Appuie sur Y=. Laisse les équations précédentes.
  Saisis Y4=$\left(\frac{1}{5}\right)x^2$. Appuie sur GRAPH.

c) Compare chaque parabole avec celle qui la précède.

d) Dans ton cahier, fais le croquis des quatre paraboles dans un même plan cartésien. Nomme chaque parabole par son équation.

3. a) Appuie sur WINDOW.
Utilise les paramètres d'affichage ci-contre.



b) Appuie sur Y=. Enlève toutes les équations de la question 2.
Saisis Y1 $= -x^2$. Appuie sur GRAPH.

- Appuie sur Y=. Laisse l'équation dans Y1.
  Saisis Y2 $= -2x^2$. Appuie sur GRAPH.
- Appuie sur Y=. Laisse les équations dans Y1 et Y2.
  Saisis Y3 $= -4x^2$. Appuie sur GRAPH.
- Appuie sur Y=. Laisse les équations précédentes.
  Saisis Y4 $= -\left(\frac{1}{2}\right)x^2$. Appuie sur GRAPH.
- Appuie sur Y=. Laisse les équations précédentes.
  Saisis Y5 $= -\left(\frac{1}{3}\right)x^2$. Appuie sur GRAPH.

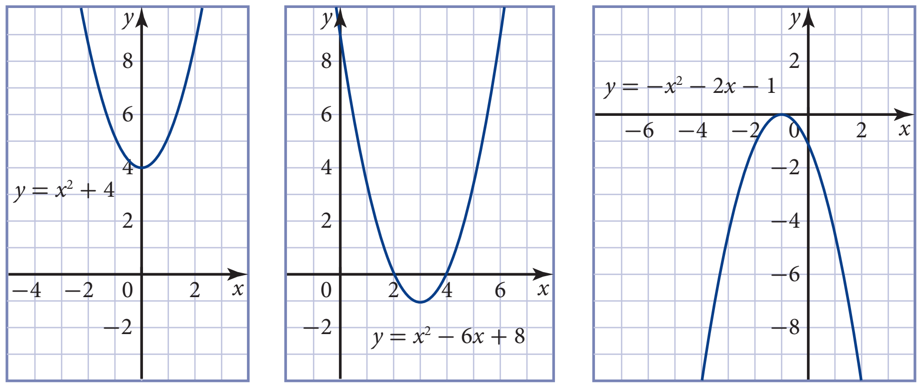
c) Compare ces paraboles avec celles dont tu as fait le graphique aux questions 1 et 2.

4. **Réfléchis** Étant donné une équation de la forme $y = ax^2$, décris l'effet qu'un changement de la valeur de a produit sur le graphique.

Explore B Les caractéristiques de la parabole

Matériel

- papier quadrillé



Réponds aux questions suivantes pour chacun des graphiques.

1. Reproduis le graphique sur du papier quadrillé. La parabole s'ouvre-t-elle vers le haut ou vers le bas ? Qu'est-ce que cela t'indique au sujet du signe du coefficient de x^2 ?
2. Quelles sont les coordonnées du point où la parabole change de direction ? Ce point est le **sommet** de la parabole.
3. Si la parabole s'ouvre vers le haut, quelle est la plus petite valeur de y ? Il s'agit de la **valeur minimale**. Si la parabole s'ouvre vers le bas, quelle est la plus grande valeur de y ? Il s'agit de la **valeur maximale**.
4. Trace la droite de symétrie. On la nomme l'**axe de symétrie**. Quelle est la valeur de x de chaque point de l'axe de symétrie ? Compare cette valeur avec la valeur de x au sommet.
5. Quelles sont les abscisses des points où la parabole coupe l'axe des x ? Il s'agit des **abscisses à l'origine**.
6. **Réfléchis** Décris comment déterminer le sommet, la valeur maximale ou minimale, l'axe de symétrie et les abscisses à l'origine d'une parabole.

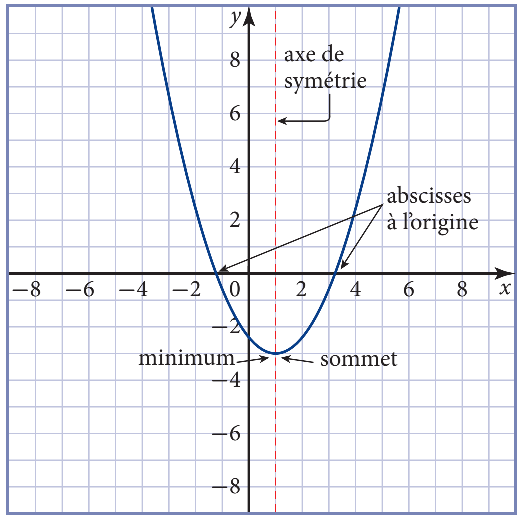
sommet
- Le point où la parabole change de direction en devenant ascendante plutôt que descendante ou vice-versa.

valeur maximale / valeur minimale
- La plus grande / la plus petite valeur de y dans le graphique.
- La valeur de y au sommet.

axe de symétrie
- La droite verticale qui passe par le sommet.
- La droite de symétrie.
- L'équation de l'axe de symétrie est $x = p$, où p est l'abscisse du sommet.

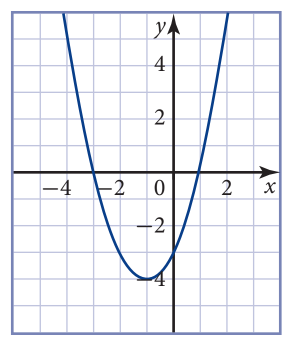
abscisses à l'origine
- La ou les valeurs de x là où la parabole coupe l'axe des x ($y = 0$).

L'axe de symétrie d'une fonction du second degré est la droite verticale qui passe par le sommet. Chaque point de l'axe de symétrie a la même abscisse, de sorte que l'équation de l'axe de symétrie est $x = a$, où a représente la valeur de x du sommet.



Exemple 1 Les principales caractéristiques d'une fonction du second degré à partir d'un graphique

Identifie les éléments suivants de cette fonction du second degré.



a) les coordonnées du sommet
b) l'équation de l'axe de symétrie
c) l'ordonnée à l'origine
d) la valeur maximale ou minimale
e) les abscisses à l'origine

Math plus

Chaque point d'une droite verticale a la même abscisse, de sorte que l'équation de la droite verticale est $x = a$, où a représente la valeur de x de chacun des points de la droite.

Solution

a) Le sommet de cette parabole correspond au point $(-1, -4)$.
b) L'axe de symétrie est la droite verticale qui passe par le sommet. L'équation de l'axe de symétrie est $x = -1$.
c) L'ordonnée à l'origine est -3.
d) La valeur minimale est -4, c'est-à-dire l'ordonnée du sommet.
e) Il y a deux abscisses à l'origine, soit -3 et 1.

Exemple 2 Les principales caractéristiques d'une fonction du second degré à partir d'une équation

Une fonction du second degré est exprimée par l'équation $y = 2x^2 - 4x + 6$.

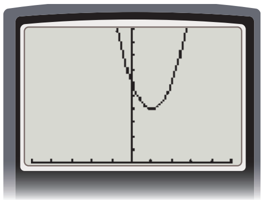
a) Trace le graphique de la fonction à l'aide d'une calculatrice graphique.
b) Détermine la valeur maximale ou minimale ainsi que les coordonnées du sommet.
c) Écris l'équation de l'axe de symétrie.
d) Détermine l'ordonnée à l'origine.
e) Détermine les abscisses à l'origine.

Solution

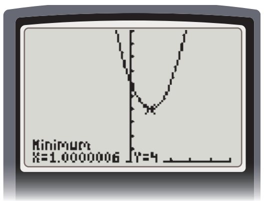
a) Appuie sur [Y=].
Saisis $Y1 = 2x^2 - 4x + 6$.

- Appuie sur [WINDOW].
  Utilise les paramètres d'affichage ci-contre.

- Appuie sur [GRAPH].



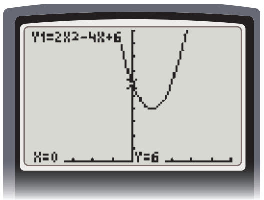
b) Appuie sur [2nd] [CALC] 3.
À l'aide des touches fléchées, déplace le curseur à gauche du point minimal, puis appuie sur [ENTER].
À l'aide des touches fléchées, déplace le curseur à droite du point minimal, puis appuie sur [ENTER] [ENTER].



La valeur minimale est 4. Les coordonnées du sommet sont (1, 4).

c) L'équation de l'axe de symétrie est $x = 1$.

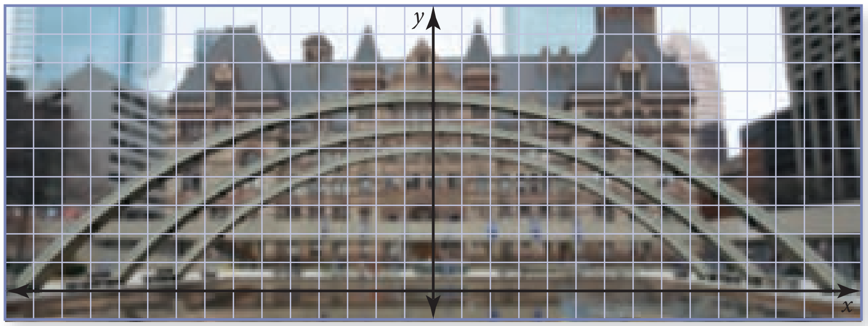
d) Appuie sur [2nd] [CALC] 1.
Saisis 0, puis appuie sur [ENTER].
L'ordonnée à l'origine est 6.



e) Le sommet est au-dessus de l'axe des x et le graphique s'ouvre vers le haut. Il n'y a donc pas d'abscisse à l'origine.

Exemple 3

Les principales caractéristiques d'une fonction du second degré dans un design



Au square Nathan Phillips, un point de repère à Toronto, on a intégré quelques paraboles en béton dans la conception de la fontaine-patinoire située au centre. Sur cette photographie, les arches sont recouvertes d'une grille.

a) Détermine la valeur maximale de la première arche. Suppose que, dans la photographie, chaque carré de la grille représente 1 m. Quelle est la hauteur de l'arche en son point le plus haut ?

b) Quelles sont les abscisses à l'origine ? Calcule la largeur horizontale de l'ouverture à la base de l'arche.

Solution

a) Sur la photographie, la valeur maximale est de 7. En son point le plus haut, l'arche mesure donc 7 m.

b) Les abscisses à l'origine sont –14 et 14. La distance horizontale entre les deux est de 28. La base de l'arche mesure donc 28 m à l'horizontale.

Concepts clés

- Si le coefficient du terme au carré est positif, la parabole s'ouvre vers le haut et a une valeur minimale. Si le coefficient du terme au carré est négatif, la parabole s'ouvre vers le bas et a une valeur maximale.
- Le sommet d'une parabole est le point où la parabole change de direction en devenant ascendante plutôt que descendante ou vice-versa.
- La valeur minimale ou maximale est l'ordonnée du sommet.
- L'axe de symétrie est la droite verticale qui passe par le sommet.
- Les abscisses à l'origine sont les valeurs de x des points où la parabole coupe l'axe des x. Une parabole peut n'avoir aucune ou avoir une ou deux abscisses à l'origine.

Parle des concepts

D1. Amir affirme que le sommet et la valeur maximale ou minimale sont la même chose. A-t-il raison ? Pourquoi ?

D2. Comment sais-tu si une fonction du second degré a une valeur maximale ou minimale ?

D3. Une élève dit qu'une parabole a une seule ordonnée à l'origine, mais qu'elle peut avoir deux abscisses à l'origine. Cette élève a-t-elle raison ? Pourquoi ?

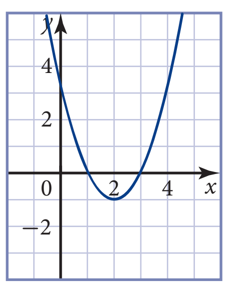
Exerce-toi A

Si tu as besoin d'aide pour répondre à la question 1, reporte-toi à l'exemple 1.

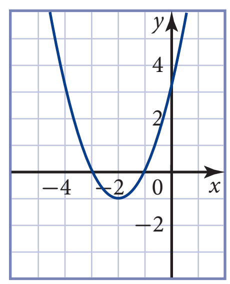
1. Pour chacun de ces graphiques, détermine :

a) les coordonnées du sommet
b) l'équation de l'axe de symétrie
c) l'ordonnée à l'origine
d) la valeur maximale ou minimale
e) les abscisses à l'origine

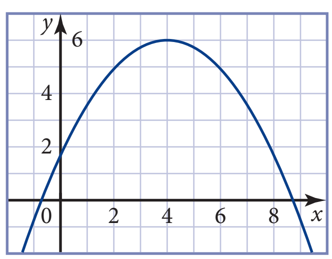
A



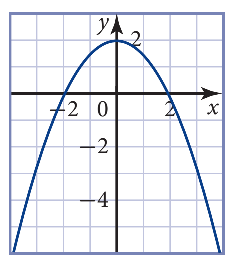
B



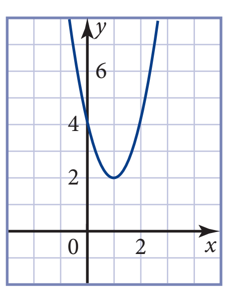
C



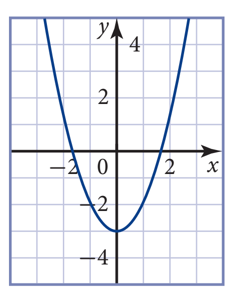
D



E



F

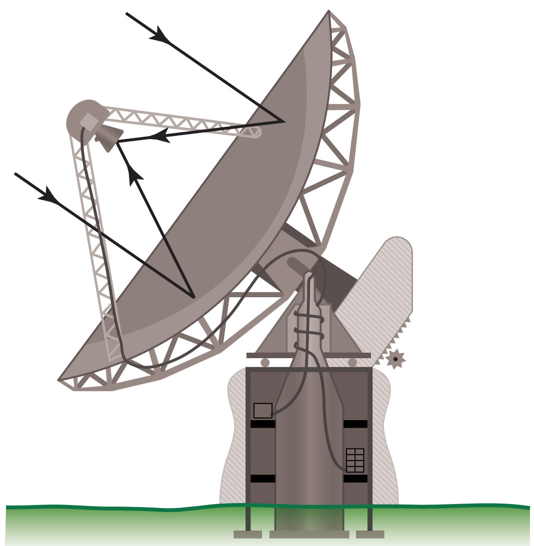


Applique les concepts B

Si tu as besoin d'aide pour répondre aux questions 2 et 3, reporte-toi à l'exemple 2.

2. Les grandes soucoupes servent à recevoir les signaux de radiodiffusion transmis par les satellites en orbite.

Cette soucoupe reflète les signaux au moyen d'une courbe parabolique dont la forme est modélisée par la fonction du second degré $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$.

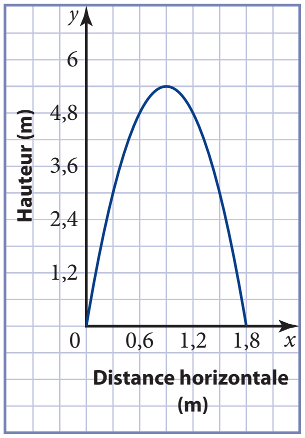


a) Trace le graphique de la fonction à l'aide d'une calculatrice graphique.
b) Détermine les coordonnées du sommet.
c) Écris l'équation de l'axe de symétrie.
d) Détermine l'ordonnée à l'origine.
e) Détermine la valeur maximale ou minimale.
f) Détermine les abscisses à l'origine.

3. Un four solaire artisanal permet de cuire des aliments grâce à une parabole qui réfléchit par son sommet les rayons du soleil.
Sa forme est modélisée par l'équation $y = -2x^2 - 4x - 3$.
a) Trace le graphique de la fonction à l'aide d'une calculatrice graphique.
b) Détermine les coordonnées du sommet.
c) Écris l'équation de l'axe de symétrie.
d) Détermine l'ordonnée à l'origine.
e) Détermine la valeur maximale ou minimale.
f) Détermine les abscisses à l'origine.

Si tu as besoin d'aide pour répondre à la question 4, reporte-toi à l'exemple 3.

4. L'architecte Antonio Gaudi a souvent utilisé les paraboles. Par exemple, il s'en est servi pour la conception de l'entrée du palais Guell en Espagne. Ce graphique modélise la forme d'une entrée similaire.



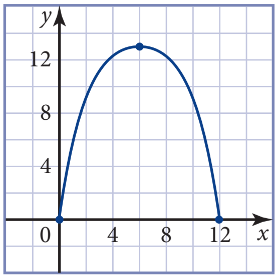
a) Quelles sont les coordonnées du sommet ?
b) Qu'est-ce que le sommet t'indique au sujet de la hauteur de l'entrée ?
c) Quelle est l'ordonnée à l'origine ?
d) Quelles sont les abscisses à l'origine ?
e) Qu'est-ce que ces abscisses à l'origine t'indiquent au sujet de la base de l'entrée ?
f) Qu'est-ce qui peut pousser un architecte à utiliser une parabole dans la conception d'un édifice ?

Littératie

5. Trouve des photos d'arches dans le domaine de l'architecture. Pour déterminer si les arches peuvent être modélisées par une fonction du second degré, recouvre-les d'une grille. Qu'est-ce qui te permet de le savoir ?

Problème du chapitre

6. Cette photo montre une mâchoire inférieure découverte en 1964 et dont l'âge est estimé à 1,5 million d'années. Suppose que 1 carré de la grille représente 1 cm.



a) Détermine les coordonnées approximatives du sommet.
b) Détermine l'équation de l'axe de symétrie.
c) Détermine la valeur maximale (profondeur) de la mâchoire.
d) Détermine les abscisses à l'origine.
e) Calcule la largeur de la mâchoire.

Vérification des connaissances

7. Un pont de roche naturel se forme par érosion au-dessus d'un cours d'eau. L'eau érode la surface de la roche, faisant un trou pour y passer. Avec le temps, le trou s'élargit graduellement. Le plus grand pont de roche naturel, le Rainbow Bridge, situé en Utah, a une forme à peu près parabolique.

On peut en modéliser la courbe par l'équation $h = -0{,}0159d^2 + 290$, où h représente la hauteur et l représente la largeur, toutes les deux en mètres.

a) Trace le graphique de l'équation à l'aide d'une calculatrice graphique.
b) Détermine les coordonnées du sommet.
c) Qu'est-ce que le sommet t'indique au sujet du pont ?
d) Quelle est la travée du Rainbow Bridge ?

Approfondis les concepts C

Math plus

Certains sports, dont le football, utilisent encore des mesures du système impérial. 1 verge équivaut à 0,9 mètre. De plus, 1 verge équivaut approximativement à 36 pouces, soit à trois pieds.

8. Au cours d'un botté de placement dans un match de football, la hauteur (h) du ballon, en pieds, est obtenue par la formule $h = -0{,}02d^2 + 0{,}9d$, où d représente la distance horizontale, en verges, parcourue par le ballon.

a) À l'aide de l'équation, trace le graphique de la trajectoire du ballon.
b) Quelle distance sépare le botteur du ballon quand le ballon touche le sol ?
c) Trace le graphique de la relation sur du papier quadrillé, en utilisant une échelle appropriée.
d) Le botté se dirige entre les poteaux de but. Si les poteaux sont à 13,2 pi de hauteur et à 10 vg de distance du botteur, ce botté de placement sera-t-il réussi ? Pourquoi ?

6.4 Les taux de variation dans les fonctions du second degré

Dans une fonction affine, le taux de variation de y par rapport à x est constant. Dans cette section, tu utiliseras les taux de variation, appelés aussi **premières différences**, pour reconnaître les fonctions du second degré.

Explore

premières différences
- Les différences entre les valeurs de y qui correspondent à deux valeurs consécutives de x.
- Le taux de variation des valeurs de y par rapport aux valeurs de x.

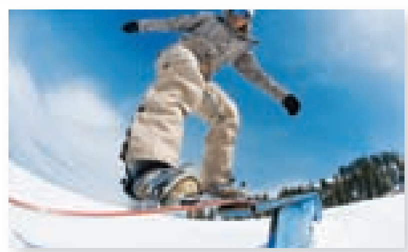
Matériel
- calculatrice graphique
- papier quadrillé

Les premières et les deuxièmes différences dans les fonctions du second degré

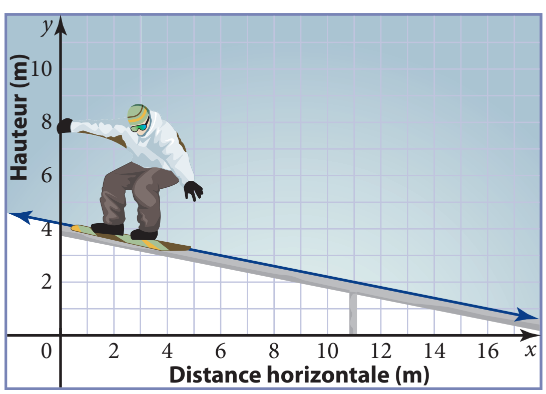
Un planchiste effectue deux descentes.

Partie A : la descente d'une rampe

Lors de sa première descente, le planchiste descend la rampe jusqu'en bas de la pente.



Pour cette descente, le graphique de la hauteur en fonction de la distance horizontale à partir du point de départ est une droite.



Math plus

Au chapitre 3, tu as fait le lien entre le taux de variation d'une fonction affine et la pente d'une droite. Les taux de variation se nomment également les premières différences. Pour une fonction affine, les premières différences sont constantes ; elles représentent la pente de la droite.

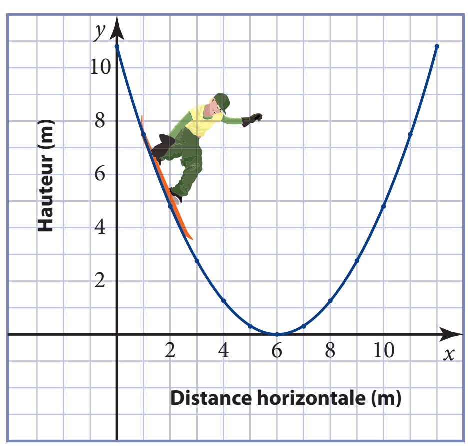
1. Reproduis ce tableau et remplis-le. Quelle régularité remarques-tu dans les premières différences ?

Distance horizontale (m)	Hauteur (m)	Premières différences
1	4,0	
2	3,8	$3{,}8 - 4{,}0 = -0{,}2$
3	3,6	
4	3,4	
5	3,2	
6	3,0	

2. Que signifient les premières différences pour le mouvement du planchiste ?

Partie B : la descente en courbe

Lors de sa deuxième descente, le planchiste descend un côté d'une courbe parabolique et remonte l'autre. Pour cette descente, le graphique de la hauteur en fonction de la distance horizontale à partir du point de départ est une parabole.



3. Reproduis ce tableau. Calcule les taux de variation, ou premières différences. Que remarques-tu au sujet des premières différences ? En quoi ton observation diffère-t-elle de ta réponse à la question 1 ?

Distance horizontale (m)	Hauteur (m)	Premières différences	Deuxièmes différences
0	10,8		
1	7,5	$7{,}5 - 10{,}8 = -3{,}3$	
2	4,8	$4{,}8 - 7{,}5 = -2{,}7$	$-2{,}7 - (-3{,}3) = 0{,}6$
3	2,7		
4	1,2		
5	0,3		
6	0		
7	0,3		
8	1,2		
9	2,7		
10	4,8		
11	7,5		
12	10,8		

4. Les taux de variation, ou premières différences, indiquent la rapidité avec laquelle la hauteur change relativement à la distance horizontale. Quand les premières différences ne sont pas constantes, il est utile de calculer les **deuxièmes différences**. Celles-ci se calculent en soustrayant deux premières différences consécutives.

a) Calcule les deuxièmes différences.

b) Quelle régularité observes-tu dans les deuxièmes différences ? Qu'est-ce que cela signifie dans cette situation ?

deuxièmes différences
- La différence entre deux premières différences consécutives.
- Dans une fonction du second degré, les deuxièmes sont constantes.

5. Réfléchis Tire les conclusions de tes observations sur les deux descentes en planche à neige. Peux-tu prévoir la forme du graphique à partir du tableau de valeurs, sans tracer le graphique ? Explique ta réponse.

Quand les premières différences sont constantes, la relation est affine et le graphique est une droite. On représente une fonction affine par une équation de la forme $y = mx + b$.

Quand les deuxièmes différences sont constantes, la relation est du second degré et le graphique est une parabole. On représente une fonction du second degré par une équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0$.

Exemple

Math plus

Bertrand centre sa grille sur la section transversale du stade. Il enregistre les distances à gauche du centre comme des valeurs négatives et les distances à droite du centre comme des valeurs positives.

Les fonctions du second degré en architecture

Les stades de tennis sont conçus pour offrir une visibilité maximale des matchs. La section transversale de ces stades a la forme d'une courbe parabolique. Les rangées de sièges du bas s'élèvent en une douce courbe et les rangées du haut sont plus abruptes. Ainsi, tout le monde voit bien le court. Bertrand prend une photo de l'intérieur du stade, puis lui superpose une grille. Ensuite, il crée ce tableau de valeurs.

Distance horizontale (m)	Hauteur (m)
−8	3,0
−6	1,8
−4	1,0
−2	0,5
0	0
2	0,5
4	1,0
6	1,8

a) Est-ce que ces données sont mieux modélisées par une fonction affine ou par une fonction du second degré ? Comment le sais-tu ?

b) À l'aide d'une calculatrice graphique, détermine l'équation de la droite ou de la courbe la mieux ajustée.

Solution

a) À l'aide des premières différences et des deuxièmes différences, détermine si c'est une fonction affine ou une fonction du second degré qui modélise le mieux les données.

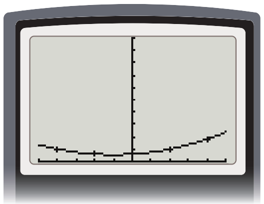
Distance horizontale (m)	Hauteur (m)	Premières différences	Deuxièmes différences
−8	3,0		
−6	1,8	$1{,}8 - 3{,}0 = -1{,}2$	
−4	1,0	$1{,}0 - 1{,}8 = -0{,}8$	$-0{,}8 - (-1{,}2) = 0{,}4$
−2	0,6	$0{,}6 - 1{,}0 = -0{,}4$	$-0{,}4 - (-0{,}8) = 0{,}4$
0	0,6	$0{,}6 - 0{,}6 = 0$	$0 - (-0{,}4) = 0{,}4$
2	1,0	$1{,}0 - 0{,}6 = 0{,}4$	$0{,}4 - 0 = 0{,}4$
4	1,8	$1{,}8 - 1{,}0 = 0{,}8$	$0{,}8 - 0{,}4 = 0{,}4$
6	3,0	$3{,}0 - 1{,}8 = 1{,}2$	$1{,}2 - 0{,}8 = 0{,}4$
8	4,6	$4{,}6 - 3{,}0 = 1{,}6$	$1{,}6 - 1{,}2 = 0{,}4$

Dans le tableau, les premières différences ne sont pas constantes, mais les deuxièmes différences le sont. Une fonction du second degré modélise donc mieux les données.

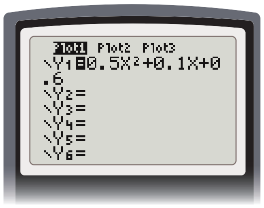
b) Appuie sur STAT ENTER. Saisis les distances dans la liste L1 et les hauteurs dans la liste L2.

- Appuie sur 2nd [STAT PLOT] 1.
  Utilise les paramètres d'affichage ci-contre.

- Appuie sur STAT ▶ 5 2nd [L1] , 2nd [L2] , VARS ▶ 1 1 ENTER.
- Appuie sur GRAPH pour afficher les données et la courbe la mieux ajustée.



- Appuie sur Y= pour afficher l'équation.



L'équation de la courbe la mieux ajustée est $y = 0{,}05x^2 + 0{,}1x + 0{,}6$.

Concepts clés

- On peut représenter une fonction du second degré par une équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0$.
- Le graphique d'une fonction du second degré a la forme d'une parabole.
- Dans une fonction du second degré, les deuxièmes différences sont constantes.

Parle des concepts

D1. Explique comment tu peux, sans en faire le graphique, déterminer si les données d'un tableau de valeurs représentent une fonction du second degré.

D2. En son centre, le bord du toit du centre Rogers de Toronto forme une parabole. Regarde cette photo, puis explique comment déterminer l'équation de la fonction du second degré qui modélise la forme du toit.

Exerce-toi A

Si tu as besoin d'aide pour répondre aux questions 1 et 2, reporte-toi à la rubrique Explore.

1. Crée un tableau de valeurs pour chacune de ces relations. À partir de chaque tableau, confirme qu'il s'agit d'une fonction du second degré.

a) $y = x^2 - 6x + 8$ pour les valeurs de x allant de 0 à 6

b) $y = x^2 + 7x + 12$ pour les valeurs de x allant de -7 à 0

c) $y = x^2 - 3x + 10$ pour les valeurs de x allant de -2 à 5

d) $y = x^2 + 3x - 18$ pour les valeurs de x allant de -6 à 3

2. Pour chacun de ces tableaux, détermine si on est en présence d'une fonction affine, d'une fonction du second degré ou de ni l'une ni l'autre.

a)

x	y
1	1
2	2
3	3
4	4
5	3
6	2
7	1

b)

x	y
1	5,916
2	5,657
3	5,196
4	4,472
5	3,317
6	0

c)

p	q
0	3,25
1	2,75
2	2,25
3	1,75
4	1,25
5	0,75
6	0,25

Applique les concepts B

Si tu as besoin d'aide pour répondre à la question 3, reporte-toi à l'exemple.

3. Un radeau en mousse plastique reste plusieurs mois dans l'eau. Pendant l'été, la mousse absorbe de l'eau. À l'automne, le radeau est retiré de l'eau et placé sur la rive et l'eau s'en retire.

On peut représenter la quantité d'eau contenue dans la mousse par l'équation $y = -0{,}04x^2 + x$, où x est le nombre de mois et y est la quantité d'eau en litres contenue dans la mousse.

a) Saisis l'équation sur une calculatrice graphique, puis crée un tableau de valeurs.

b) Trace le graphique de la relation.

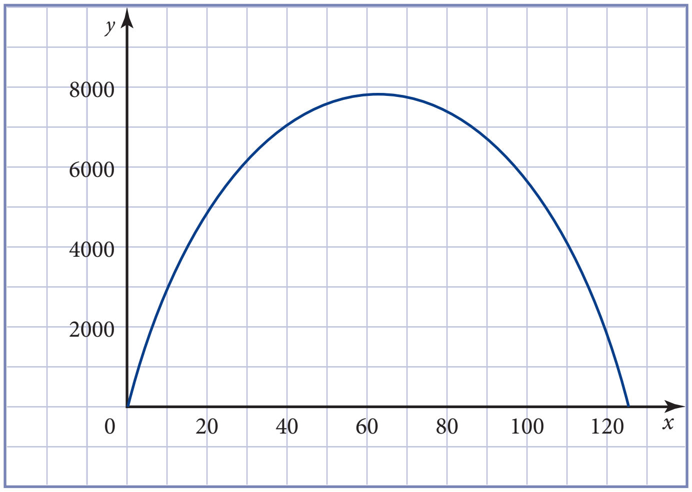
c) Calcule les premières différences. Sont-elles constantes ? Pourquoi ?

d) Calcule les deuxièmes différences. Sont-elles constantes ? Explique ta réponse.

e) Suppose que l'eau a une masse volumique de 1 kg par litre et que le bois et la mousse de plastique ont une masse de 75 kg. Quelle est la masse du radeau quand on le met à l'eau au début de mai ? Quelle est sa masse quand on le sort de l'eau à la fin d'octobre ?

4151_CH06_P264-271_3.indd 269 4/18/08 2:13:08 PM

4. Ce graphique représente une fonction du second degré.



a) Crée un tableau de valeurs à partir des données du graphique.

b) À l'aide d'une calculatrice graphique, détermine l'équation de cette fonction du second degré.

Littératie

5. Explique comment, à l'aide des premières différences et des deuxièmes différences, tu peux déterminer s'il s'agit d'une fonction du second degré.

Vérification des connaissances

6. Sur du papier quadrillé, trace une parabole en suivant les étapes suivantes :

a) Place l'axe de symétrie en $x = 3$.

b) Place le sommet à (3, 3) et les abscisses à l'origine à (0, 0) et (6, 0).

c) Esquisse la parabole.

d) Place ton crayon au sommet. Trace deux droites en diagonale (à environ 45° de chaque côté de l'axe de symétrie) à partir du sommet de la parabole.

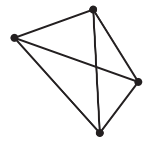
e) Quand ton crayon rencontre la courbe, change de direction et trace une droite verticale jusqu'au bas du graphique (parallèle à l'axe des y).

f) Trace une flèche à la fin de la droite. Il s'agit là du tracé suivi par les ondes radio quand une antenne parabolique les reçoit ou les émet.

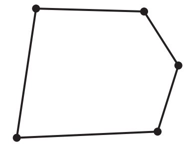
Approfondis les concepts C

7. Dans un polygone à 4 côtés, on peut tracer deux diagonales. Copie ces figures dans ton cahier.

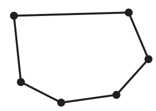
a)



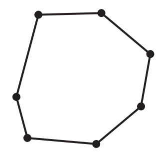
b)



c)



d)



a) Trace les diagonales. Reproduis ce tableau puis remplis-le.

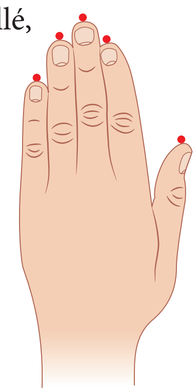
Nombre de côtés	Nombre de diagonales
4	2
5	5
6	
7	

b) À partir de la régularité entre le nombre de diagonales et le nombre de côtés, ajoute les données pour les figures à huit côtés et à neuf côtés.

c) À l'aide d'une calculatrice graphique, détermine l'équation de la relation.

d) À l'aide de l'équation, calcule le nombre de diagonales contenues dans une figure à 20 côtés.

8. Place ta main à plat sur une feuille de papier quadrillé, les doigts serrés et le pouce près de la main.



Avec ton crayon, trace un point au bout de chacun de tes doigts. Enlève ta main et relie les points en traçant une courbe continue.

a) Trace un système d'axes de façon à ce que l'origine coïncide avec le bout de ton petit doigt. Estime les coordonnées de chaque point. Saisis les données dans les listes d'une calculatrice graphique. Détermine l'équation de la parabole la mieux ajustée. Appuie sur 2nd [TABLE]. Enregistre cinq rangées du tableau de valeurs. Calcule les deuxièmes différences.

b) Déplace les axes de façon à ce que l'origine coïncide avec le bout d'un autre doigt. Estime les coordonnées de chaque point. Saisis les données, puis détermine l'équation de la parabole la mieux ajustée. Appuie sur 2nd [TABLE]. Enregistre cinq rangées du tableau de valeurs. Calcule les deuxièmes différences.

c) Compare les équations et les deuxièmes différences des parties a) et b).

4151_CH06_P264-271_3.indd 271 4/18/08 2:13:10 PM

6 Révision du chapitre 6

Révision des termes clés

abscisses à l'origine	maximum (maximale)
axe de symétrie	minimum (minimale)
deuxièmes différences	parabole
fonction du second degré	premières différences
	sommet

1. Recopie chacun de ces énoncés, puis complète-le à l'aide du terme clé qui convient.

a) Le graphique d'une fonction du second degré est une ______________.

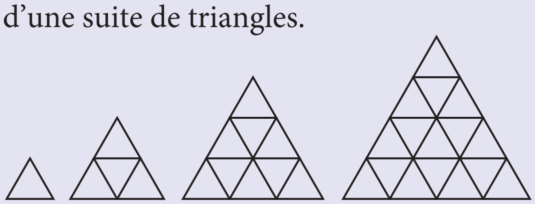
b) Une parabole qui s'ouvre vers le haut a une valeur ________________.

c) Le ______________ d'une parabole est le point où la parabole change de direction en devenant ascendante plutôt que descendante ou vice-versa.

d) L' ______________ passe par le sommet de la parabole.

6.1 Explorer les fonctions non affines, pages 238 à 244

2. Les figures de cette régularité représentent les quatre premiers nombres d'une suite de triangles.



1 4 9 16

a) Reproduis ce tableau de valeurs, puis remplis-le pour les huit premiers nombres de la suite de triangles.

Figure	Nombre de triangles
1	1
2	

b) Représente graphiquement les données. Trace la droite ou la courbe la mieux ajustée.

6.2 Modéliser les fonctions du second degré, pages 245 à 253

3. Ce tableau représente la température en degrés Fahrenheit mesurée toutes les heures dans une serre.

Temps écoulé (h)	Température (°F)
0	57
1	66
2	75
3	88
4	98
5	101
6	100
7	98
8	90
9	84
10	77
11	72
12	65

a) Représente graphiquement les données.

b) Détermine l'équation de la courbe la mieux ajustée.

6.3 Les caractéristiques principales des fonctions du second degré, pages 254 à 263

4. À l'aide d'une calculatrice graphique, trace le graphique de la fonction du second degré $y = 2x^2 + 4x - 1$. Esquisse le graphique dans ton cahier.

a) Détermine les coordonnées du sommet.

b) Écris l'équation de l'axe de symétrie.

c) Détermine l'ordonnée à l'origine.

4151_CH06_P272-275_3.indd 272 4/18/08 2:23:37 PM

d) Détermine la valeur maximale ou minimale.

e) Détermine les abscisses à l'origine.

5. Un archer tire une flèche vers une cible placée à 20 m. Les données suivantes représentent la hauteur de la flèche, au-dessus du sol, à différents moments après le tir.

Temps (s)	Hauteur (m)
0,5	1,527
1,0	2,578
1,5	3,242
2,0	3,519
2,5	3,401
3,0	2,915
3,5	2,033

a) Trace les données sur du papier quadrillé en représentant le temps sur l'axe des x et la hauteur sur l'axe des y.

b) Trace la droite ou la courbe la mieux ajustée.

c) Quelle est la forme du graphique ?

d) Si la flèche atteint la cible en 3,5 secondes, quelle distance a-t-elle parcourue en 2 secondes ? Quelle distance a-t-elle parcourue en 3 secondes ? Explique tes réponses.

6. La coupe transversale d'un gros arbre révèle des anneaux concentriques autour du centre. Chaque anneau représente une année de croissance. Dans un arbre particulier, le rayon a augmenté d'environ 0,5 cm à chaque nouvel anneau.

a) Trace un graphique pour comparer l'âge de l'arbre au nombre d'anneaux.

b) Nomme le type de relation qui existe entre l'âge et le nombre d'anneaux.

c) Selon toi, ce graphique montrant l'âge d'un arbre en fonction du nombre d'anneaux représente-t-il une fonction affine, une fonction du second degré ou ni l'une ni l'autre ? Pourquoi ?

d) Si le rayon a augmenté de 0,5 cm par année, de combien la circonférence a-t-elle augmenté chaque année ?

e) Peux-tu déterminer l'âge d'un arbre en mesurant la circonférence de son tronc ? Explique ta réponse.

6.4 Les taux de variation dans les fonctions du second degré, pages 264 à 271

7. La forme du toit d'une salle de cinéma est représentée par l'équation $h = -0{,}08d^2 + 3{,}15$, où h est la hauteur, en mètres, du toit jusqu'au bas des murs et où d est la largeur, en mètres, du centre du toit jusqu'aux murs.

a) Crée un tableau de valeurs pour les valeurs de x allant de -5 à 5.

b) Calcule les premières et les deuxièmes différences.

c) Détermine la forme du toit à partir des deuxièmes différences.

d) Vérifie ta conclusion en traçant le graphique de l'équation à l'aide d'une calculatrice graphique.

6 Test modèle du chapitre 6

1. Trace le graphique de chacun de ces ensembles de données. Trace ensuite la droite ou la courbe la mieux ajustée.

Quel ensemble de données peut être représenté par une fonction du second degré ?

a)

x	y
−3	6
−2	1
−1	−2
0	−3
1	−2
2	1
3	6

b)

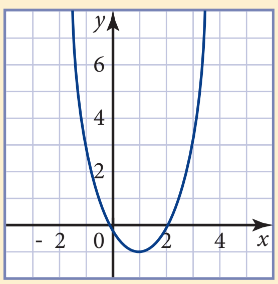
x	y
−3	−6
−2	−5
−1	−4
0	−3
1	−2
2	−1
3	0

c)

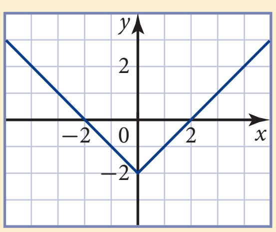
x	y
−3	−2
−2	6
−1	9
0	3
1	8
2	11
3	13

2. Parmi ces relations, lesquelles semblent être du second degré ? Explique ta réponse.

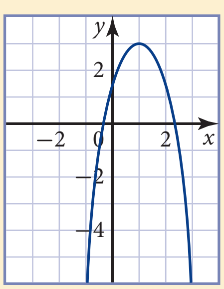
a)



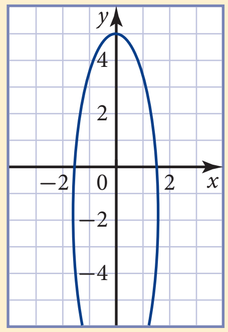
b)



c)



d)



3. Ce tableau montre le temps que met une balle pour rouler au bas d'une rampe inclinée selon des angles différents. La longueur de la rampe est constante.

Angle (°)	Temps (s)
15	2,60
20	1,50
25	1,20
30	0,95
35	0,80
40	0,60

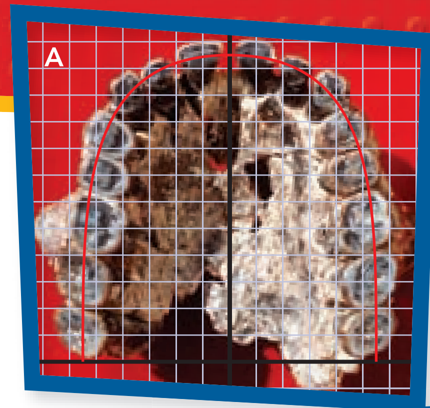
a) À l'aide d'une calculatrice graphique, trace un nuage de points à partir des données.

b) Détermine l'équation de la droite ou de la courbe la mieux ajustée.

c) Qu'est-ce qui modélise le mieux la relation entre l'angle et la vitesse : la fonction affine ou la fonction du second degré ? Pourquoi ?

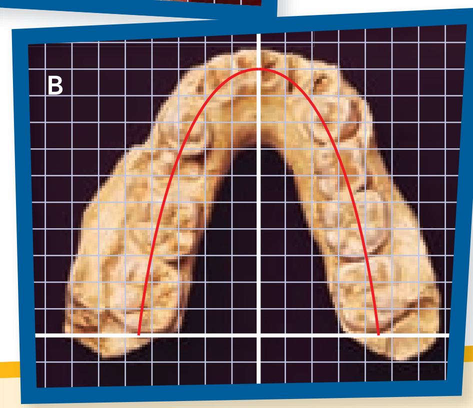
4. Un quart-arrière passe le ballon. L'équation $h = -0{,}01d^2 + 0{,}4d + 10$ représente la trajectoire du ballon ; h est la hauteur du ballon, en mètres, et d est la distance horizontale, en mètres, parcourue par le ballon.

Retour sur le problème du chapitre



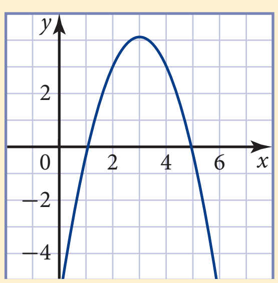
L’archéologue doit déterminer la relation mathématique qui correspond le mieux à la forme de ces mâchoires. Recueille les données, détermine le type de relation et décris quelques-unes de ses caractéristiques principales en te basant sur cette relation.

a) Crée un tableau de valeurs pour chacune des mâchoires.
b) Calcule les premières et les deuxièmes différences.
c) Quel type de relation modélise le mieux la forme de chaque mâchoire ? Pourquoi ?
d) Détermine le sommet de chaque mâchoire.
e) Écris l’équation de l’axe de symétrie de chaque mâchoire.



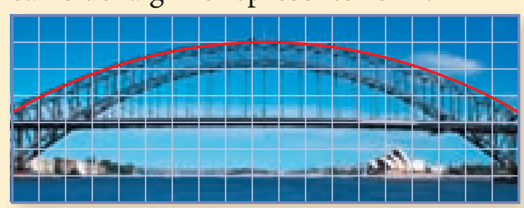
a) À l’aide d’une calculatrice graphique, trace le graphique de la trajectoire du ballon.
b) Crée un tableau de valeurs, puis calcule les deuxièmes différences.

5. Ce graphique représente une fonction du second degré.



a) Détermine les coordonnées du sommet.
b) Détermine l’équation de l’axe de symétrie.
c) Détermine l’ordonnée à l’origine.
d) La parabole a-t-elle un maximum ou un minimum ? Quelle est sa valeur ?
e) Détermine les abscisses à l’origine.

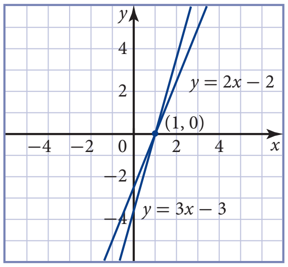
6. Voici une photo du pont du port de Sydney, en Australie. La grille qui recouvre la photo t’aidera à recueillir les données pour l’arche supérieure. Chaque carré de la grille représente 15 m.



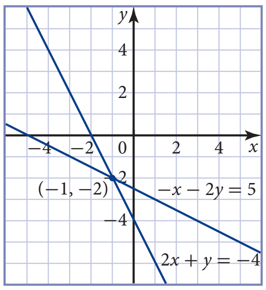
a) Examine la photo. Crée un tableau de valeurs pour comparer la distance horizontale avec la hauteur à partir de la route.
b) À partir du tableau de valeurs, calcule les premières et les deuxièmes différences.
c) Sur une calculatrice graphique, saisis les distances horizontales dans la liste L1 et les hauteurs dans la liste L2. Détermine et note l’équation de la courbe la mieux ajustée.
d) Trace le graphique de la relation.

Chapitre 5, page 233

13. a) (1, 0) ;



b) (−1, −2) ;



14. a) (1, 5)
b) (−2, −3)

15. a) (−1, 1)
b) (0, 3)

16. a) Salle Primo : $C = 2\,000 + 50n$
b) Félicité Banquet : $C = 1\,500 + 75n$
c) Il représente le point auquel le coût est le même pour le même nombre de personnes dans les deux salles.

17. a) $C = 10n - (700 + 3n)$
b) $n = 100$
c) coût total = 1 000 $

CHAPITRE 6

Les fonctions du second degré, pages 234 à 275

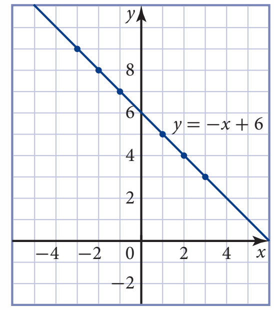
Prépare-toi, pages 236 et 237

1. a) 5
b) −2
c) −15
d) 12,75
e) −3,3

2. a) La réponse est dans le texte.

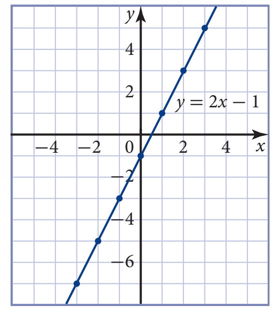
b)

x	y
−3	9
−2	8
−1	7
0	6
1	5
2	4
3	3



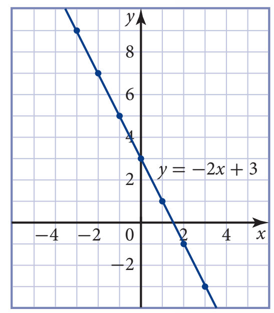
c)

x	y
−3	−7
−2	−5
−1	−3
0	−1
1	1
2	3
3	5



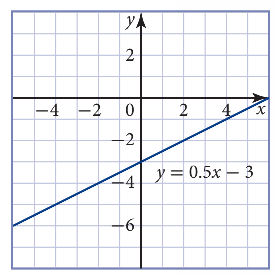
d)

x	y
−3	9
−2	7
−1	5
0	3
1	1
2	−1
3	−3

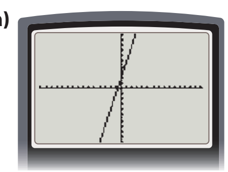


e)

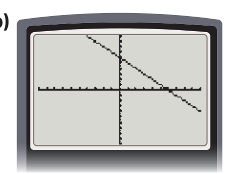
x	y
−3	−4,5
−2	−4,0
−1	−3,5
0	−3,0
1	−2,5
2	−2,0
3	−1,5



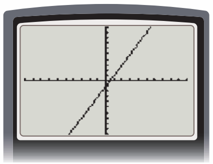
3. a)



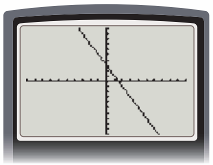
b)



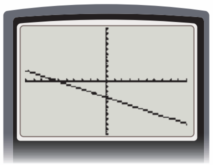
c)



b)

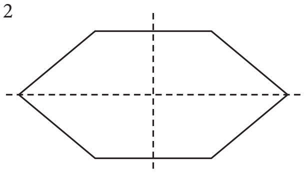


e)

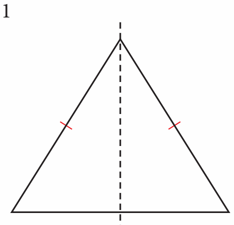


4. a) abscisse à l'origine : 2 ; ordonnée à l'origine : –4
b) abscisse à l'origine : –2 ; ordonnée à l'origine : –4
c) abscisse à l'origine : 2 ; ordonnée à l'origine : 3
d) abscisse à l'origine : 1 ; ordonnée à l'origine : –6

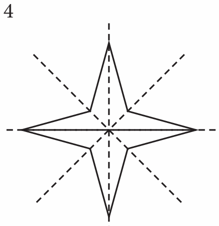
5. a) 2



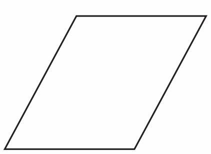
b) 1



c) 4

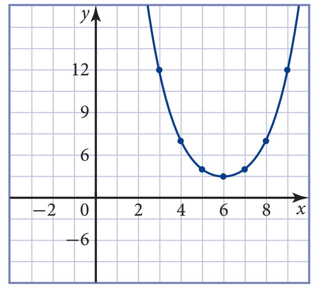


d) 0

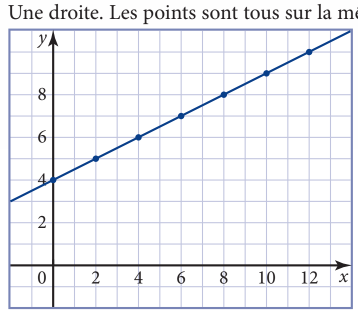


6.1 Explorer les relations non affines, pages 238 à 244

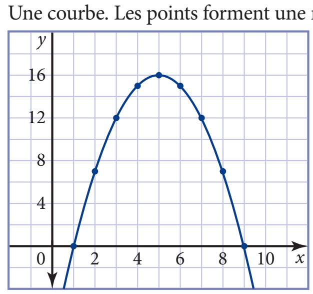
1. a) Une courbe. Les points forment une régularité en forme de U.



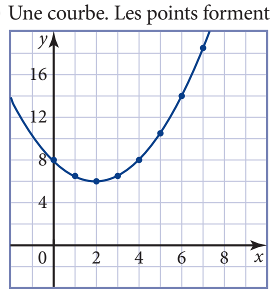
b) Une droite. Les points sont tous sur la même droite.



c) Une courbe. Les points forment une régularité en forme de U.



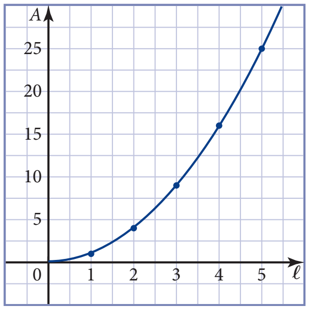
d) Une courbe. Les points forment une régularité en forme de U.



2. a)

Longueur du côté (unités)	Aire (unités carrées)
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

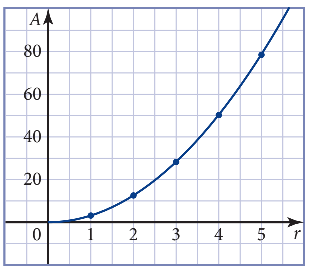
b)



3. a)

Rayon (cm)	Aire (cm^2)
1	3,14
2	12,56
3	28,26
4	50,24
5	78,50

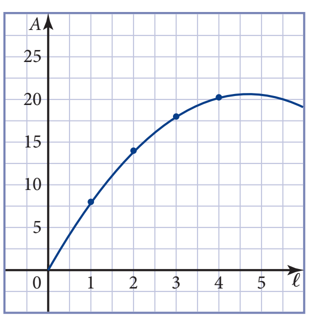
b)



4. a)

Longueur (cm)	Largeur (cm)	Aire (cm^2)
1	8	8
2	7	14
3	6	18
4	5	20

b)

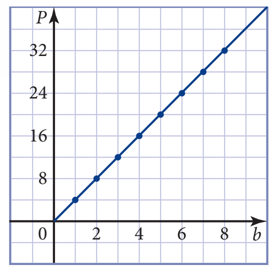


c) 20,25 cm^2

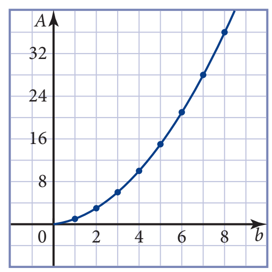
5. a)

Base	Hauteur	Périmètre	Aire
1	1	4	1
2	2	8	3
3	3	12	6
4	4	16	10
5	5	20	15
6	6	24	21
7	7	28	28
8	8	32	36

b) La relation est affine, car les premières différences sont constantes.



c) La relation est du second degré, car les deuxièmes différences sont constantes.



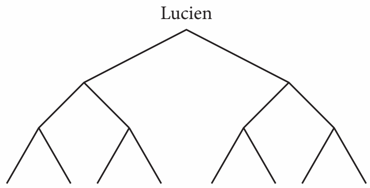
d) Aire $= 15 + 14 + 13 + (\ldots) + 2 + 1 = 120$
Périmètre $= 4 \times 15 = 60$

6. a)

Largeur	Longueur	Aire
1	2	2
2	4	8
3	6	18
4	8	32
5	10	50
6	12	72
7	14	98
8	16	128

b) affine. La figure est deux fois plus longue que large.
c) du second degré ; aire = longueur × largeur $= 2l \times l = 2l^2$
d) largeur = 8 ; aire = 128
e) 200 unités carrées

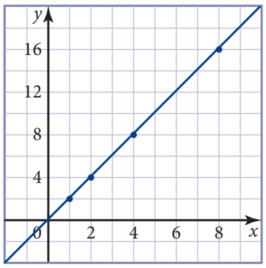
7. a)



b)

Nombre d'élèves	Nombre de conversations
1	2
2	4
4	8
8	16

c)

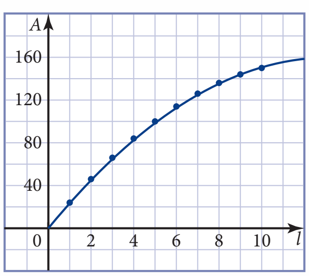


d) C'est une fonction affine.
Le nombre de conversations = 2 × le nombre d'élèves

8. a)

Longueur	Largeur	Aire
24	1	24
23	2	46
22	3	66
21	4	84
20	5	100
19	6	114
18	7	126
17	8	136
16	9	144
15	10	150

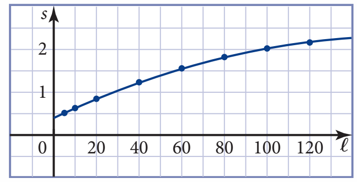
b)



c) La courbe la mieux ajustée est tracée en 8 b).

d) Pour maximiser l'aire, la longueur doit être de 12,5 m et la largeur, de 12,5 m.

9. a)



b) La courbe la mieux ajustée est tracée en 9 a).

c) du second degré

d) environ 1,94 secondes

e) environ 1,41 secondes

f) Plus le fil du pendule est long, plus le temps d'oscillation est long.

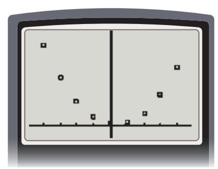
g) Théoriquement, les résultats devraient être les mêmes, mais le temps et les réponses peuvent varier.

6.2 Modéliser les fonctions du second degré, pages 245 à 253

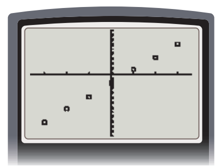
1. a) du second degré **b)** affine **c)** du second degré
d) du second degré **e)** affine **f)** du second degré

Les fonctions du second degré ont un terme en x^2.
Les fonctions affines ont un terme en x, mais pas de x^2.

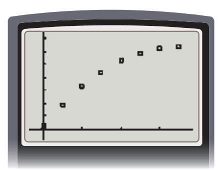
2. a) du second degré



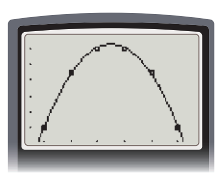
b) affine



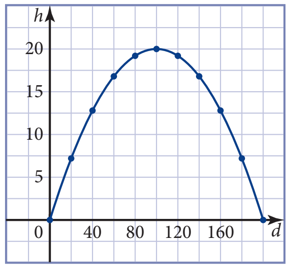
c) du second degré



3.



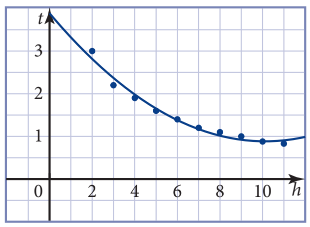
4 a)



b) $y = -0{,}002x^2 + 0{,}4x$

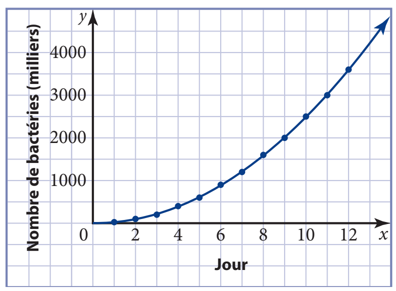
c) C'est une fonction du second degré.

5. a)



b) $y = 0{,}029\ 32x^2 - 0{,}5931x + 3{,}8854$

6. a)



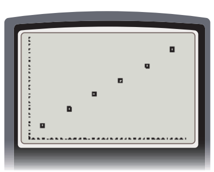
b) $y = 25{,}34x^2 - 4{,}90x + 2{,}84$

c) parabole

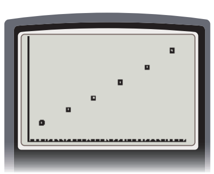
d) du second degré

7. La solution est dans le guide d'enseignement.

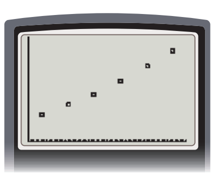
8. a)



b)



c)



d) La vitesse initiale en fonction de la distance de réaction : la fonction affine correspond le mieux. La vitesse initiale en fonction de la distance de freinage : la fonction du second degré correspond le mieux. La vitesse initiale en fonction de la distance de l'arrêt complet : la fonction du second degré correspond le mieux.

e) Plus longue est la distance de freinage, plus grande était la vitesse de l'auto.

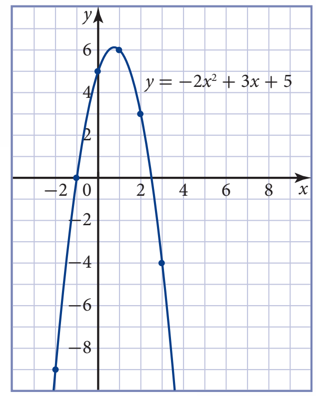
9. a) Les réponses varieront.

b) Les réponses varieront.

10. Les deux portent le nom de parabole parce que les deux ont pour but de représenter une vérité : l'une au moyen d'une comparaison ou d'une allégorie ; l'autre, mathématique, en comparant deux variables qui sont analysées.

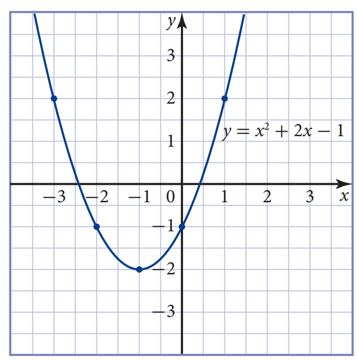
11. a)

x	y
−2	−9
−1	0
0	5
1	6
2	3
3	−4



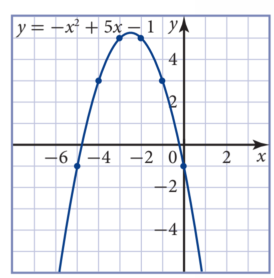
b)

x	y
−3	2
−2	−1
−1	−2
0	−1
1	2



c)

x	y
−5	−1
−4	3
−3	5
−2	5
−1	3
0	−1



4151_P466-510_REP_CS1_3.indd 493 4/18/08 3:02:37 PM

6.3 Les caractéristiques principales des fonctions du second degré, pages 254 à 263

1.

GRAPHIQUE A	
a) sommet	$(2, -1)$
b) axe de symétrie	$x = 2$
c) ordonnée à l'origine	3
d) valeur maximale ou minimale	min. $y = -1$
e) abscisses à l'origine	1, 3

GRAPHIQUE B	
a) sommet	$(-2, -1)$
b) axe de symétrie	$x = -2$
c) ordonnée à l'origine	3
d) valeur maximale ou minimale	min. $y = -1$
e) abscisses à l'origine	$-3, -1$

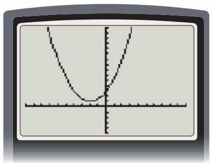
GRAPHIQUE C	
a) sommet	$(4, 6)$
b) axe de symétrie	$x = 4$
c) ordonnée à l'origine	1,7
d) valeur maximale ou minimale	max. $y = 6$
e) abscisses à l'origine	$-0{,}7$, 8,7

GRAPHIQUE D	
a) sommet	$(0, 2)$
b) axe de symétrie	$x = 0$
c) ordonnée à l'origine	2
d) valeur maximale ou minimale	max. $y = 2$
e) abscisses à l'origine	$-2, 2$

GRAPHIQUE E	
a) sommet	$(1, 2)$
b) axe de symétrie	$x = 1$
c) ordonnée à l'origine	4
d) valeur maximale ou minimale	min. $y = 2$
e) abscisses à l'origine	aucune

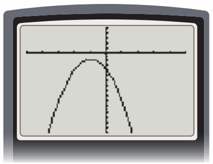
GRAPHIQUE F	
a) sommet	$(0, -3)$
b) axe de symétrie	$x = 0$
c) ordonnée à l'origine	-3
d) valeur maximale ou minimale	min. $y = -3$
e) abscisses à l'origine	$-1{,}7$, 1,7

2. a)



b) $(-2, 1)$ **c)** $x = -2$ **d)** 3
e) min. $y = 1$ **f)** aucune

3. a)



b) $(-1, -1)$ **c)** $x = -1$ **d)** -3
e) max. $y = -1$ **f)** aucune

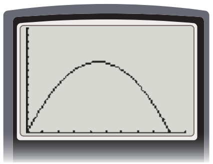
4. a) (0,9, 5,4)
b) La hauteur maximale de l'entrée est de 5,4 m.
c) 0
d) 0 ; 1,8 m
e) La base de l'entrée a 1,8 m de largeur.
f) Les arches d'entrée qui sont en forme de parabole offrent des structures très solides.

5. Les réponses varieront.

6. a) environ (6, 13) **b)** $x = 6$
c) environ 13 cm de profondeur
d) 12, 0 **e)** 12 cm

7. La solution est dans le guide d'enseignement.

8. a)



b) 45 vg **c)** Les réponses varieront.
d) Non, il n'y a pas de but parce que, à 10 vg du botteur, le ballon est seulement à 7 pi de hauteur, alors que les poteaux de but sont à 13,2 pi de hauteur.

6.4 Le taux de variation dans les fonctions du second degré, pages 264 à 271

1. a) $y = x^2 - 6x + 8$

x	y	1re diff.	2e diff.
0	8		
1	3	$3 - 8 = -5$	
2	0	$0 - 3 = -3$	$-3 + 5 = 2$
3	-1	$-1 - 0 = -1$	$-1 + 3 = 2$
4	0	$0 + 1 = 1$	$1 + 1 = 2$
5	3	$3 - 0 = 3$	$3 - 1 = 2$
6	8	$8 - 3 = 5$	$5 - 3 = 2$

C'est une fonction du second degré.

4151_P466-510_REP_CS1_3.indd 494 4/18/08 3:02:45 PM

b) $y = x^2 + 7x + 12$

x	*y*	*1re diff.*	*2e diff.*
−7	12		
−6	6	6 − 12 = −6	
−5	2	2 − 6 = −4	−4 + 6 = 2
−4	0	0 − 2 = −2	−2 + 4 = 2
−3	0	0 − 0 = 0	0 + 2 = 2
−2	2	2 − 0 = 2	2 − 0 = 2
−1	6	6 − 2 = 4	4 − 2 = 2
0	12	12 − 6 = 6	6 − 4 = 2

C'est une fonction du second degré.

c) $y = x^2 - 3x + 10$

x	*y*	*1re diff.*	*2e diff.*
−2	20		
−1	14	14 − 20 = −6	
0	10	10 − 14 = −4	−4 + 6 = 2
1	8	8 − 10 = −2	−2 + 4 = 2
2	8	8 − 8 = 0	0 + 2 = 2
3	10	10 − 8 = 2	2 − 0 = 2
4	14	14 − 10 = 4	4 − 2 = 2
5	20	20 − 14 = 6	6 − 4 = 2

C'est une fonction du second degré.

d) $y = x^2 + 3x - 18$

x	*y*	*1re diff.*	*2e diff.*
−6	0		
−5	−8	−8 − 0 = −8	
−4	−14	−14 + 8 = −6	−6 + 8 = 2
−3	−18	−18 + 14 = −4	−4 + 6 = 2
−2	−20	−20 + 18 = −2	−2 + 4 = 2
−1	−20	−20 + 20 = 0	0 + 2 = 2
0	−18	−18 + 20 = 2	2 − 0 = 2
1	−14	−14 + 18 = 4	4 − 2 = 2
2	−8	−8 + 14 = 6	6 − 4 = 2
3	0	0 + 8 = 8	8 − 6 = 2

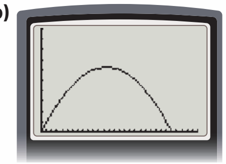
C'est une fonction du second degré.

2. **a)** ni l'une ni l'autre **b)** ni l'une ni l'autre **c)** affine

3. **a)** Les réponses varieront.

x	*y*
0	0
1	0,96
2	1,84
3	2,64
4	3,36
5	4,00

b)



c) Les premières différences ne sont pas constantes, puisque la relation n'est pas une droite.

d) Les deuxièmes différences sont constantes, soit –0,08, car la relation est du second degré.

e) 75 kg ; 79,56 kg

4. **a)** Dans le tableau ci-dessous, les valeurs sont approximatives.

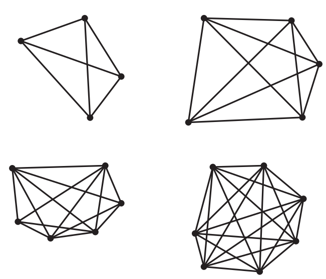
x	*y*
0	0
20	4 900
40	7 000
60	7 800
80	7 400
100	5 600
120	1 900

b) $y = -1{,}93\,x^2 + 245{,}18x + 276{,}19$ (les réponses peuvent varier légèrement)

5. Si les deuxièmes différences sont constantes, la relation est alors du second degré.

6. La solution est dans le guide d'enseignement.

7. **a)**



Nombre de côtés	Nombre de diagonales
4	2
5	5
6	9
7	14

b)

Nombre de côtés	Nombre de diagonales
8	20
9	27

c) $y = 0{,}5x^2 - 1{,}5x$

d) 170

8. **a)** Les réponses varieront.

b) Les réponses varieront.

c) Les réponses varieront.

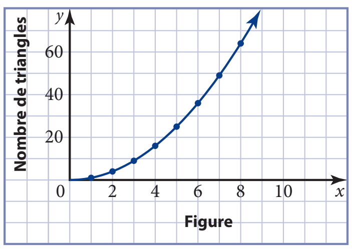
Révision du chapitre 6, pages 272 et 273

1. a) parabole
b) valeur minimale
c) sommet
d) axe de symétrie

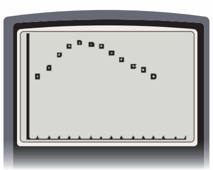
2. a)

Figure	Nombre de triangles
1	1
2	4
3	9
4	16
5	24
6	36
7	49
8	64

b)



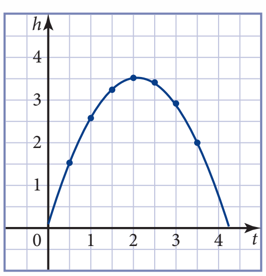
3. a)



b) $y = -1{,}11x^2 + 13{,}61x + 56{,}16$

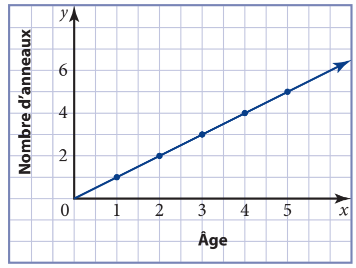
4. a) $(-1, -3)$
b) $x = -1$
c) ordonnée à l'origine : -1
d) valeur minimale : -3
e) $-2{,}225$; $0{,}225$

5. a)



b) La courbe la mieux ajustée est tracée en 5 a).
c) une parabole
d) Après 2 secondes, la flèche a parcouru 11,42 m.
Après 3 secondes, la flèche a parcouru 17,13 m.
Pour calculer la vitesse, divise la distance, 20 m, par le temps nécessaire pour que la flèche frappe la cible. Ensuite, pour calculer la distance parcourue par la flèche, multiple chaque temps par la vitesse.

6. a)

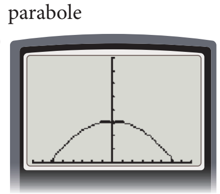


b) Elle est affine.
c) Elle est affine, car un anneau s'ajoute à chaque année de vie de l'arbre.
d) 3,14 cm par année.
e) Théoriquement, oui. Pour savoir combien il y a d'anneaux dans l'arbre, donc l'âge de l'arbre, divise le rayon par 0,5 cm. Par contre, il peut y avoir des différences d'une année à l'autre. Quand l'été est sec, les arbres grandissent moins qu'au cours d'un été relativement pluvieux.

7. a) b)

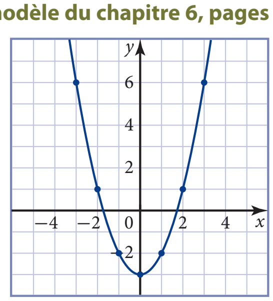
d	h	Premières différences	Deuxièmes différences
−5	1,15		
−4	1,87	0,72	
−3	2,43	0,56	−0,16
−2	2,83	0,40	−0,16
−1	3,07	0,24	−0,16
0	3,15	0,08	−0,16
1	3,07	−0,08	−0,16
2	2,83	−0,24	−0,16
3	2,43	−0,40	−0,16
4	1,87	−0,56	−0,16
5	1,15	−0,72	−0,16

c) parabole
d)

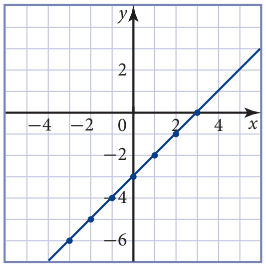


Test modèle du chapitre 6, pages 274 et 275

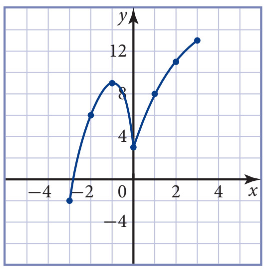
1. a)



b)



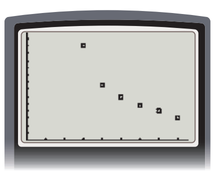
c)



L'ensemble de données de a) peut être représenté par une fonction du second degré.

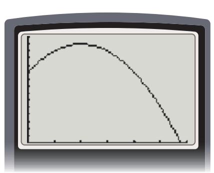
2. **a)** Du second degré. La courbe est une parabole.
b) Pas du second degré. La courbe n'est pas une parabole.
c) Du second degré. La courbe est une parabole.
d) Pas du second degré. La courbe a une forme ovale.

3. **a)**



b) $y = 0{,}0036x^2 - 0{,}27x + 5{,}71$
c) La relation est mieux modélisée par une fonction du second degré parce que les données ne présentent pas une tendance linéaire : elles forment une courbe.

4. **a)**



b)

d	*h*	Premières différences	Deuxièmes différences
0	10		
10	13	3	
20	14	1	−2
30	13	−1	−2
40	10	−3	−2
50	5	−5	−2

5. **a)** (3, 4)
b) $x = 3$
c) Toute estimation autour de −5 sera valable.
d) valeur maximale : $y = 4$
e) 1, 5

6. **a)** Les réponses varieront.
b) Les réponses varieront.
c) Les réponses varieront.
d) Les réponses varieront.

CHAPITRE 7

Les expressions algébriques du second degré, pages 276 à 315

Mise en train, pages 278 et 279

1. **a)** −5 **b)** 6 **c)** 2 **d)** −7

2. **a)** binôme **b)** monôme
c) trinôme **d)** polynôme

3. **a)** $-6p$ **b)** $20q$ **c)** $18r^2$
d) $-2x$ **e)** $6x$ **f)** −2

4. **a)** $-2x + 14$ **b)** $x^2 + 8x + 15$
c) $8x^2 + 3x$ **d)** $x^2 - 3x - 5$

5. **a)** $2x - 6$ **b)** $-4x^2 - 12x + 20$
c) $10x^2 + 15x$ **d)** $-3x^2 + 6x + 3$

6. **a)** −10 **b)** 28
c) 10 **d)** −21

7. **a)** $34x$ **b)** $24x$
c) $2x + 14$

8. **a)** 16 **b)** $49x^2$
c) $9x^2$ **d)** $81x^2$

9. **a)** 24 **b)** 3
c) 65 **d)** 55

10. 319 cm^2

7.1 La multiplication de deux binômes, pages 280 à 289

1. **a)** $x^2 + 5x + 6$ **b)** $x^2 + 9x + 20$
c) $x^2 + 9x + 8$ **d)** $x^2 + 5x + 6$
e) $x^2 + 12x + 27$ **f)** $x^2 + 11x + 30$

2. **a)** $6x^2 + 17x + 7$ **b)** $9x^2 + 3x - 20$
c) $5x^2 - 7x - 6$ **d)** $6x^2 - 13x + 6$

3. **a)** $x^2 + 10 + 25$ **b)** $x^2 + 14x + 49$
c) $x^2 + 6x + 9$ **d)** $x^2 + 12x + 36$
e) $x^2 + 16x + 64$ **f)** $x^2 + 8x + 16$

4. **a)** $4x^2 + 4x - 1$ **b)** $16x^2 - 8x + 1$
c) $9x^2 + 12x + 4$ **d)** $25x^2 - 20x + 4$